

# 無尾翼機における簡易推算式を用いたモデルの構築

宮崎研究室

藤本 翔

## 1. 序論

近年の MEMS 技術の発達により、センサや演算装置の小型高性能化が進んだ。それに伴い Micro Air Vehicle(MAV)の研究・開発が盛んに行われている。この分野の研究は、主に軍事目的として開始されたが、市街地や建築物の警備・環境調査・災害時の救助活動の援助等、民間利用も期待されている。

現在、実用化された MAV は単機で単一のミッションに特化している。今後、民間利用が盛んになれば多彩な場面での利用が想定される。その為、汎用性のある MAV の開発が望まれる。そこで当研究室では、民間利用を目的とした多彩なミッションを一機で遂行する、ミッションユニット型の MAV を最終目標として研究開発を行っている。

我々は昨年度まで、ブラックボックスモデルによるシステム同定を行い、MAV の制御モデルの構築を図って来た。得られた制御モデルの検証には、一般には、風洞試験やホワイトボックスモデル(力学理論に基づくモデル)との比較が必要である。そこで、本研究では、力学に基づくシステムパラメータの簡易推算式を導いた。

## 2. 数学モデル

### 2.1. 座標系と変数の定義

以下に示す通り、地面固定座標系・機体固定座標系の両方を用いて、数学モデルを構築した。機体固定座標系では、機体軸座標系(機体軸)と安定軸座標系(安定軸)と呼ばれる 2 つの座標系を導入する。数学モデルの変数は機体軸で定義され、推算法では安定軸での定義を利用し、その後機体軸での値に変換する。各座標系の定義及び変数の一覧を以下に示す。

### [機体軸]

機体軸は、対象とする航空機の重心を原点とし、機体の基準線を+X 軸、右翼方向に+Y 軸、下方向に+Z 軸に定めた右手系の 3 次元直行座標系である。

### [安定軸]

安定軸は、機体軸同様に重心を原点とした右手系の 3 次元直行座標系である。しかし、+X 軸方向は、トリム(航空機では、力を加えずとも姿勢が一定になる状態)がとれて、定常飛行している状態での進行方向とする。

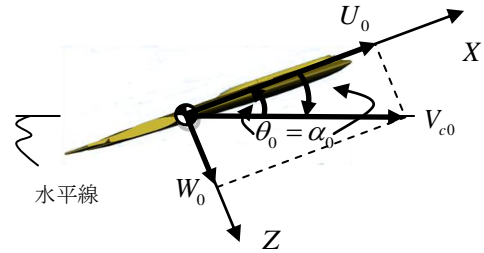


図 1 水平定常飛行中の機体軸

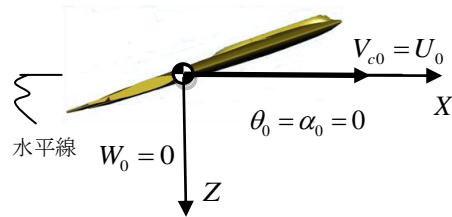


図 2 水平定常飛行中の安定軸

表 1 変数一覧

記号	意味
$U_0, V_0, W_0$	トリム状態におけるX,Y,Z軸の速度
$\alpha_0, \theta_0$	トリム状態における迎え角及びピッチ角
$u, v, w$	トリム状態からの微小変化速度
$p, q, r$	トリム状態からの微小角速度
$\varphi, \theta, \psi$	ロール角, ピッチ角, ヨー角
$\delta_t, \delta_e, \delta_a$	スロットル, エレベータ, エルロン舵角
$\alpha, \beta$	迎え角, 横すべり角
$X_a, Z_a$	空気力による有次元安定微係数で $\alpha$ の変化による係数
$L_\beta, N_\beta$	モーメントに関する有次元微係数で $\beta$ の変化による係数

## 2.2. MAV ダイナミクス

一般の航空機の運動方程式は、6自由度の剛体の非線形運動方程式で記述され、微小擾乱の仮定を用いて、線形近似し、安定微係数を用いた表現で表される。線形化された運動方程式を以下に示す。

[縦の運動方程式]

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u & X_\alpha & -W_0 & -g \cos \theta_0 \\ Z_u & Z_\alpha & (U_0 + Z_q) & g \sin \theta_0 \\ U_0 & U_0 & U_0 & U_0 \\ M_u + \frac{M_{\dot{\alpha}} Z_u}{U_0} & M_\alpha + \frac{M_{\dot{\alpha}} Z_\alpha}{U_0} & M_q + \frac{M_{\dot{\alpha}} (Z_q + U_0)}{U_0} & -M_{\dot{\alpha}} g \sin \theta_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \alpha \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & X_{\delta_t} \\ Z_{\delta_e} & Z_{\delta_t} \\ U_0 & U_0 \\ M_{\delta_e} & M_{\delta_t} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_t \end{bmatrix} \quad (1)$$

[横の運動方程式]

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_\beta & Y_p + W_0 & Y_r - U_0 & g \cos \theta_0 & 0 \\ U_0 & U_0 & U_0 & 0 & 0 \\ L'_\beta & L'_p & L'_r & 0 & 0 \\ N'_\beta & N'_p & N'_r & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \tan \theta_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sec \theta_0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ L'_{\delta_a} \\ N'_{\delta_e} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_a \quad (2)$$

## 2.3. 本研究で算出する機体の仕様

本研究で使用する機体は、市販ラジコン飛行機(Wind Rider 社製 Mini Bee)の機体を改修したものである。基板やセンサの搭載スペース、翼端板等を改造しており、機上には3軸の加速度、角速度、磁気を取得する3Dモーションセンサ、対気速度を測定するフローセンサ、及びGPSが搭載されている。

表2 機体仕様

機体仕様(Minibee)	
全長[m]	0.422
翼幅[m]	0.864
重量[kg]	0.32
翼面積[m <sup>2</sup> ]	0.157
空力平均翼弦長[m]	0.217
空力平均翼弦位置[m]	0.123
重心位置[m]	0.152
翼型	RSB15
後退角[deg]	30
アスペクト比[-]	4.77

※翼型は Wind Rider 社オリジナル



図3 Minibee

## 3. 重心位置・慣性モーメントの計測

推算式によって算出される、モーメントに関する無次元安定微係数を有次元化する際に慣性モーメントの値が必要となる。本研究では、当研究室で提案

している重心ならびに慣性テンソルの6成分の測定方法<sup>[3]</sup>で MAV の重心・慣性モーメントの測定を行った。本測定法は、試験体が板に置かれた時、4本の梁の歪が等しくなる位置を重心位置と定め、測定する。次に、重心を通る軸を回転軸として、板を回転させた時の振動の周期から、慣性モーメントを求めるものである。

### 3.1. 測定装置

測定装置の構成図と構成部品の仕様を図4と表3に示す。また、本測定における MAV の固定方法、及び測定風景を図5と図6に示す。

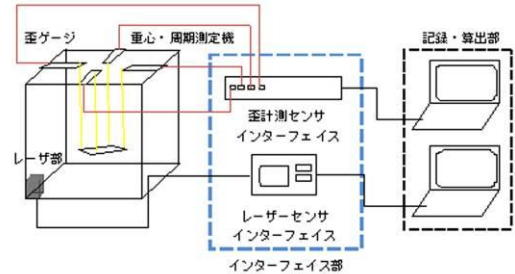


図4 測定装置構成図

表3 構成部品の仕様

項目	備考	単位
フレーム	1000 × 1000 × 1000	mm
梁	250 × 20 × 1.5t	mm
板	450 × 450 × 4t	mm
歪ゲージ	共和電業社製 KFG-5-120-C1-11L3M2R	-
可視光レーザー式変位センサ	KEYENCE LB300	-
歪計測センサ インターフェイス	共和電業社製 PDC-300	-
レーザーセンサ インターフェイス	KEYENCE NR-2000	-

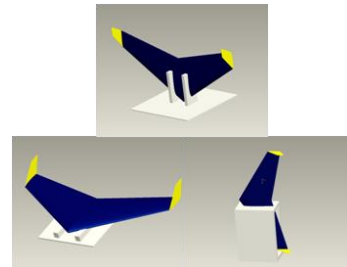


図5 各軸での固定方法  
(上,左下,右下:X,Y,Z軸)



図6 測定風景

### 3.2. 重心位置の測定

4本の梁で水平に吊るされた均質な正方形板の上に試験体を載せると、梁に負荷がかかり、梁は撓み、重心が中心に来ていれば、4本の梁は同じように撓

む。撓みは歪から算出されるので、4本の梁の曲げ歪を計測し、曲げ歪が4本同じになる位置を探してやれば、そこが重心となる。しかし、今回梁を4本用いているため、釣り合い状態は不静定となり、歪値は一意に決まらない。そこで、重心が中心あれば梁の釣り合いの条件として対角にある糸の張力は一緒であるとし、歪値の差が対角同士で一致すれば重心が中心に一致しているとし、計測を行った。

### 3.3. 周期の測定

周期はレーザーの当たっている対象物との距離に応じて出力が変化する可視光レーザー式変位センサを用いて、周期を計測する。板が左右に振動した時、板の上に設置された基準芯が、センサの前を周期的に往復する。振動させる前の基準芯とレーザーセンサとの距離を基準距離として、板を振動させた時に基準距離をとる時間を抽出し、周期を算出する。

### 3.4. 測定手順

以下に重心位置の測定から周期の測定までの簡単な測定手順を表4に示す。又、①～⑤が重心位置の測定手順であり、⑥～⑪が周期の測定手順ある。

表4 測定手順

手順	内容
①	梁に負荷をかけない状態で歪ゲージのゼロ点調整を行う
②	板が水平になるように糸の長さを調整する
③	この時の歪ゲージの値を記録し、その値をゼロ点とする
④	試験体を乗せ、対角同士の歪ゲージの値が一致するように配置する
⑤	対角同士の歪ゲージの値が一致した時、試験体の重心が板の中心と一致している。その位置を方眼紙に記録する。
⑥	板の下に、振動防止の台を設置する。
⑦	レーザーが板の上に設置した基準芯に当たるようにレーザーセンサを配置する。
⑧	基準芯とレーザーセンサとの距離を基準距離とし、レーザーセンサのゼロ点調整を行う。
⑨	板を振動させ、左右に振動する基準芯の周期を計測する。
⑩	①～⑨までの手順を、板のみの時、板及び本研究で製作した台座、最後に板及び台座及び試験体の周期を取得し、慣性モーメントを算出する。
⑪	平行軸の定理を用いて試験体だけの慣性モーメントを算出する。
⑫	以上をX,Y,Z軸周りに計3回行う。

### 3.5. 精度の検証

質量特性が既知の基準体（円柱）の1軸の慣性モーメント(円柱の長手方向の軸周り)を測定し、理論値との比較を行い、本計測の精度を検証する。以下に基準体の仕様を示す。

表5 基準体の仕様

項目	値
質量[kg]	0.9479
高さ[m]	0.621
直径[m]	0.05



図7 基準体

表6 基準体(円柱の長手方向の軸周り)の慣性モーメント測定値

項目	基準体[ $\times 10^{-3} \text{kg} \cdot \text{m}^2$ ]
理論値	2.96
測定値	2.91
測定値/理論値	1.017

これより、理論値と測定値との比が1.017となり、妥当な精度で計測できていることがわかる。

### 3.6. 測定結果

Mini-beeの重心位置及び慣性モーメントの測定及び算出結果を以下に示す。

表7 Mini-beeの重心及び慣性モーメント

Mini-bee	
重心位置[m]	0.176
$I_{xx}$ [ $\times 10^{-3} \text{kg} \cdot \text{m}^2$ ]	7.19
$I_{yy}$ [ $\times 10^{-3} \text{kg} \cdot \text{m}^2$ ]	1.01
$I_{zz}$ [ $\times 10^{-3} \text{kg} \cdot \text{m}^2$ ]	6.48

## 4. 算出結果及びシミュレーション結果

表8に簡易推算式を利用した有次元安定微係数の算出結果を以下に示す。

表8 機体軸における有次元安定微係数

縦有次元安定微係数の推算			横有次元安定微係数の推算		
記号	単位	値	記号	単位	値
$X_u$	$\text{s}^{-1}$	-0.758	$Y_\beta$	$\text{m s}^{-2}$	-9.591
$Z_u$	$\text{s}^{-1}$	-1.509	$L_\beta$	$\text{s}^{-2}$	-46.976
$M_u$	$\text{m s}^{-1}$	0	$N_\beta$	$\text{s}^{-2}$	71.600
$X_a$	$\text{m s}^{-2}$	2.548	$Y_p$	$\text{m s}^{-1}$	0
$Z_a$	$\text{m s}^{-2}$	-231.862	$L_p$	$\text{s}^{-1}$	-39.984
$M_a$	$\text{s}^{-2}$	-31.981	$N_p$	$\text{s}^{-1}$	-0.487
$M_{a'}$	$\text{s}^{-1}$	0	$Y_r$	$\text{m s}^{-1}$	0.185
$Z_q$	$\text{m s}^{-1}$	-0.248	$L_r$	$\text{s}^{-1}$	0.054
$M_q$	$\text{s}^{-1}$	-11.573	$N_r$	$\text{s}^{-1}$	-0.353
$Z_{\delta e}$	$\text{m s}^{-2}$	-15.466	$L_{\delta a}$	$\text{s}^{-2}$	924.714
$M_{\delta e}$	$\text{s}^{-2}$	-446.886	$N_{\delta a}$	$\text{s}^{-2}$	0

無尾翼機では縦の静安定を得るには表8の $M_\alpha$  ( $C_{m\alpha}$ )の値が重要となる<sup>3)</sup>。主翼のみの場合、空力平均翼弦位置と重心の位置によって $M_\alpha$ の値が決定され、適当な値をとるには、空力平均翼弦よりも重心位置が前方にくる必要がある。一般的にそのような機体を設計するのは難しい。それを補うためにあるのが水平尾翼となるのだが、無尾翼機には水平尾翼は存在しない。推算式より主翼のみの値を算出した

結果  $M_\alpha = 7724 [s^{-2}]$  となりシステムは不安定となった。しかし、本研究で使用した機体は水平尾翼の役割を補うために後退角と翼型にはねじれ角が存在している。結果、後退角とねじれ角の影響により  $M_\alpha = -31.984 [s^{-2}]$  となりシステムは安定した。

表 9 縦・横運動における固有値

縦運動における固有値		横運動における固有値	
$R_e$	$I_m$	$R_e$	$I_m$
-14.707	4.668	0	0
-14.707	-4.668	-40.275	0
-0.376	0.108	-0.038	0
-0.376	-0.108	-0.376	0.108
		-0.376	-0.108

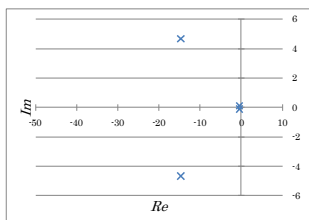


図 8 縦運動の固有値

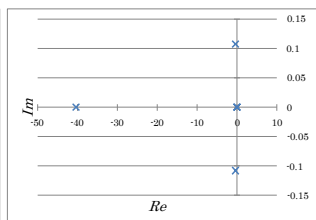


図 9 横運動の固有値

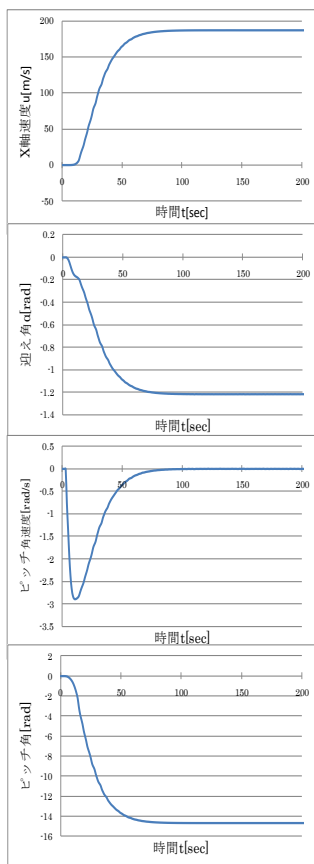


図 10 縦運動の応答  
( $\delta_i = 0, \delta_e = 5 [deg]$ )

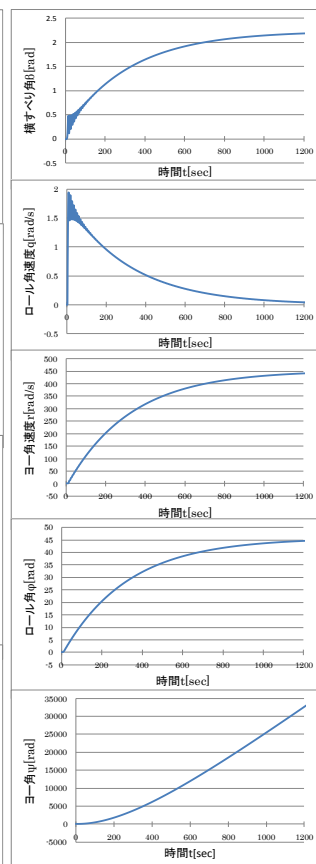


図 11 横運動の応答  
( $\delta_a = 5 [deg]$ )

表 9 は表 8 の安定微係数を式(1),(2)に代入して構築されたモデルの固有値を求めた結果であり、縦運動のシステムは安定となった。図 10 は、スロットル舵角  $\delta_i = 0 [deg]$ 、エレベータ舵角  $\delta_e = 5 [deg]$  のステップ入力を与えた時の応答であり、全てのパラメータが収束している。図 11 はエルロン舵角  $\delta_a = 5 [deg]$  のステップ入力を与えた時の応答である。

## 5. 結論

- 無尾翼機において簡易推算式を用いてモデルの構築を行った。
- 測定装置を製作し、重心・慣性モーメントの計測法を確立した。
- 構築したモデルに  $\delta_i = 0, \delta_e = 5 [deg]$  のステップ入力を与えた結果、縦の運動は収束した。

## 6. 今後について

今後は、システム同定により構築された制御モデルと本研究で構築したモデルを比較することにより、目的であるシステム同定により構築された制御モデル検証を行う。比較方法としては、システム同定で求めたモデルは離散系で表されているので、本研究で求めた連続系のモデルを離散化し、モデルの比較を行う。又、二つのモデルに同様の入力を与えた時の応答を比較する。

## 7. 参考文献

- [1] 加藤寛一郎・大屋昭男・柄沢研治：航空機力学入門，東京大学出版会，1982
- [2] 草野準之介：“パラメトリックモデルを用いた超小型無人飛行機のシステム同定”，日本大学工学部 中村・宮崎研究室 修士論文，2010
- [3] 恩田要祐：“小物体の慣性テンソルの簡易測定法” 中村・宮崎研究室 修士論文，2007
- [4] 木村秀政：“無尾翼機の縦の静安定について” 東京帝國大學航空研究所彙報 204 号
- [5] 木村秀政：“無尾翼機の縦の動安定について” 東京帝國大學航空研究所彙報 209 号