

# 人工衛星の高精度軌道計算

## High Precision Analysis of Satellite Orbit

宮崎研究室  
盛本 真史

Abstract: This paper describes the result of high precision analysis of satellite orbit. The author developed two software, one of which is to obtain the orbit data we integrated numerically from initial value and the other is to correct the satellite orbit precisely from off line by using extended Kalman filter. There are two kind of orbit predictions which are for short time range with high accuracy and long time range more than ten years with appropriate accuracy. To predict for short time range can utilize for planning the satellite operation in the remote sensing mission. In the earth observation mission, the swath width have to be quite narrow if the high resolution of the observation is required. Therefore, it is necessary to estimate the precise location of the satellite where it takes the earth image. And, to predict for long time range can utilize for predict when to atmospheric entry. The author estimated the drag coefficient of the satellite SEEDS-II by using prediction for long time range. In addition, the author predicted the orbital lifetime of the satellite SEEDS-II and SPROUT with it.

### 1. 目的および背景

人工衛星の軌道計算には、大きく分けて、短期的な軌道予測と長期的軌道予測の2種類がある。

短期的な軌道予測は、リモートセンシングミッションの運用計画に利用できる。実際、商用リモートセンシングなどの高分解能を要求される地球観測ミッションでは、観測幅が狭いため、衛星が撮影対象地域の上空をいつ通過するかを正確に知る必要がある。そのため、ある時刻の軌道情報(位置・速度)を元に数値時間積分を行い、将来の衛星位置・速度を精密に予測する軌道伝搬ソフトウェアが必要である。そこで、本研究ではそのようなソフトを開発し、さらに初期値の精度を良くするため、GPS測位データを元に、拡張カルマンフィルタを用いて軌道情報を事後推定することで、オフラインでの軌道決定を行った。開発する上での達成目標精度は24時間後の予測位置精度を100m以内(cross-track方向)とした。ただし、軌道情報の初期値に誤差は含まれないものとした。

一方、長期的な予測は運用終了後の衛星の落下予測に利用できる。実際、近年運用終了後の衛星を含めた人工的な軌道上物体が増加しており、これらはスペースデブリと呼ばれ問題となっている。すでに不要となった衛星は25年以内に軌道降下させるという努力目標が設定されており、超小型衛星(軌道変更が不可能な衛星)においては長期的な軌道予測が必要不可欠である。そこで本研究では、SEEDS-IIの打ち上げから現在までの5年強の軌道データをもとに、軌道降下予測の重要なパラメータである抵抗係数の推定を行い、それを元に、今後のSEEDS-IIの軌道降下予測を行った。また、SPROUTの軌道落下予測も併せて行った。

### 2. 短期的な軌道計算

本研究で開発した軌道伝搬ソフト「Orbit Propagator」と軌道決定ソフト「Orbit EKF」について説明する。

#### 2.1. 軌道伝搬ソフトウェア

本節では本研究で開発した軌道伝搬ソフト「Orbit Propagator」について説明する。軌道伝搬にはECEF(地球中心地球固定座標系:  $x$ 軸が経度0度,  $z$ 軸が真北方向)座標系における位置( $x, y, z$ ), 速度( $u, v, z$ )を初期値として

2段階数値積分を行う。積分する位置、速度はあらかじめECI(地球中心慣性座標系:  $x$ 軸が春分点方向,  $z$ 軸が真北方向)座標系に変換しておき、ECI座標系にて微分方程式を解く。ただし、重力加速度成分は重力モデルにより緯度経度を用いるため位置座標をECEF座標系に変換して加速度成分求めた後、ECI座標系に再変換している。Table1に軌道伝搬に用いた数値積分法と環境モデルを示す。数値積分にはNumerical Recipesにより提供される8次のドルマン・プリンス法を実装したstepperDopr853クラス<sup>[1]</sup>を用いた。これをドライバルーチンodeintと組み合わせることでステップ幅の適応制御を実現している<sup>[2]</sup>。重力モデルはGRACEから提供されているGGM03C<sup>[3]</sup>を96次まで用いた。大気抵抗モデルはNaval Research Laboratoryから提供されているNRLMSISE-00<sup>[4]</sup>を用いた。このモデルを用いるためには太陽フラックスと地磁気摂乱に関するap指数が必要である<sup>[6][7]</sup>。また、月・太陽モデルについては、JPLの天体暦DE405を用いた<sup>[5]</sup>。

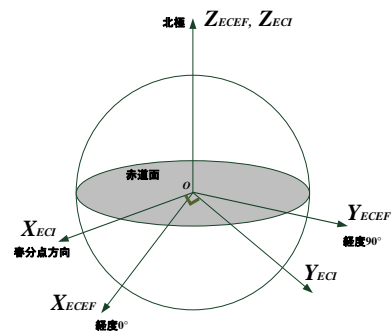


Fig1. ECEF-ECI座標系の変換

Table 1. 軌道伝搬に用いた数値積分法と環境モデル

| 項目            | 詳細                  | 参考文献    |
|---------------|---------------------|---------|
| 数値積分法         | 8次 Dormand-Prince 法 | [1],[2] |
| 地球重力モデル       | GGM03C 96次          | [3]     |
| 大気抵抗モデル       | NRLMSISE-00         | [4]     |
| 月・太陽モデル       | JPL DE405           | [5]     |
| 太陽 flux f10.7 | -                   | [6]     |
| 地磁気摂乱         | -                   | [7]     |

## 2.2. 軌道決定ソフトウェア

前節で説明した軌道伝搬ソフトに必要な初期値を高精度で求めるために軌道決定ソフト「Orbit EKF」を開発した。軌道決定ソフトに使用した環境モデルを Table2 に記す。フィルタリングには拡張カルマンフィルタを使用している。重力モデルは GRACE から提供されている GGM03C を用いた。本ソフトでは観測更新、時間更新ともに 20 次までを使用している。大気抵抗モデルは Harris-Priester<sup>[8]</sup>を用いた。状態ベクトルは位置(x,y,z), 速度(u,v,w)とし、観測ベクトルは GPS から得られる位置(x,y,z)とした。

Table 2. 軌道決定に用いたモデル

| 項目      | 詳細               | 参考文献 |
|---------|------------------|------|
| 制御法     | 拡張カルマンフィルタ       | [8]  |
| 時間更新    | 4次 Runge-Kutta 法 | -    |
| 地球重力モデル | GGM03C 20次       | [3]  |
| 大気抵抗モデル | Harris-Priester  | [8]  |

## 3. 短期的な軌道計算の検証方法

精度の検証には、軌道データが超高精度で提供されている GRACE-A/B 衛星のデータを利用した<sup>[3]</sup>。GRACE-A/B の軌道は高度約 600km の円軌道である。ここでの検証における誤差とはこれを真値とした時の差のことである。

### 3.1. 軌道決定ソフトウェアの検証方法

提供されている GRACE-A/B 衛星の軌道情報は 1 分おきであり、拡張カルマンフィルタを適用するにあたってサンプリング周期が十分でなかったため、1 秒ごとの軌道情報を得るために軌道伝搬をあらかじめ行った。得られた 1000 秒間、1[Hz]の軌道情報に疑似的に 3D r.m.s 1.5 ~ 25[m] のホワイトガウスノイズをそれぞれ与えることでノイズの含まれた GPS 情報を疑似的に作成した。

それに対して拡張カルマンフィルタを適用し、ノイズが十分収束したときの事後推定誤差の推移を調べた。また、時間更新に重力モデルを使用した場合と使用しない場合の事後推定誤差の比較も行った。

### 3.2. 軌道伝搬ソフトウェアの検証方法

宇宙用 GPS 運用時の誤差を 3D r.m.s 3[m] と仮定し、前述の軌道決定ソフトの検証の際に与えたノイズが 3D r.m.s.3[m] のときの収束後の軌道データを初期値として、24 時間軌道伝搬を行った。また、提供されている GRACE-A/B の軌道情報をそのまま初期値として軌道伝搬した場合も比較として行った。

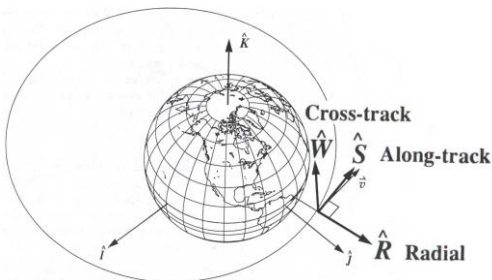


Fig2. 誤差評価に用いた方向成分

誤差の評価には Fig2 に示すように Radial 方向(円周方向)成分, 位置ベクトルと速度ベクトルを外積した Cross-track 方向成分. さらにそれらを外積した Along-track 方向(速度方向)成分に分けて行った。

## 4. 検証結果と考察

### 4.1. 軌道決定ソフトウェアの検証結果と考察

Fig3 に GPS 観測値と位置の事後推定値の 3 次元誤差の推移を, Fig4 に速度の事後推定値の 3 次元誤差の推移を示す。Fig5 は Fig4 の図を縦軸に関して 0m 付近を拡大したグラフである。Fig3 をみると、位置に関しては 100[s]程度かけてある程度収束し、その後は安定している。Fig4,5 をみると速度は 10[s]程度で急激に収束し、その後は安定しているように見える。これより、オフラインでの軌道決定には 100[s]程度の GPS 情報をダウンロード出来れば十分と言える。なお、Fig3,4,5 の図は GPS 観測値に 3D r.m.s.=3[m] のノイズを与えた場合を抜粋した。

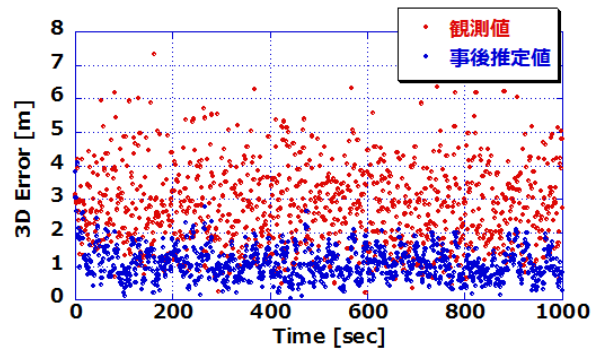


Fig3. GPS 観測値の誤差と事後推定誤差の推移

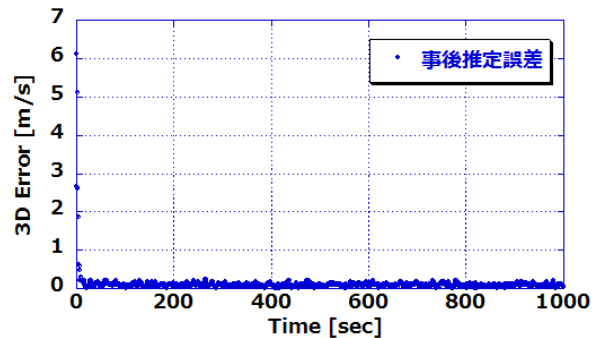


Fig4. 速度の事後推定誤差の推移

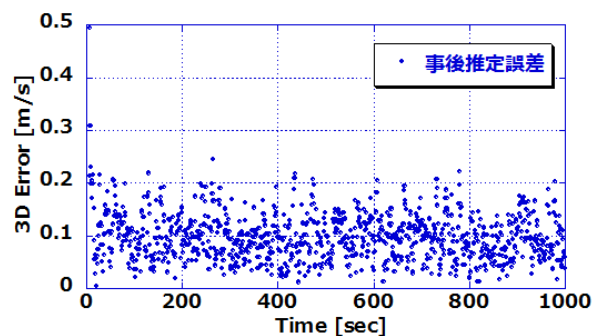


Fig5. 速度の事後推定誤差の推移(縦軸を拡大)

Fig6 は GPS 観測値のノイズを変化させた時の収束後の位置の事後推定値の残留誤差の変化を示している。Fig7 は同様に速度の事後推定値の残留誤差の変化を示している。Fig6,7 における位置、速度は観測更新で Table2 のモデルを使用し、時間更新ではケプラー運動で 4 次ルンゲクッタを解いている。それと異なり、位置、速度の(重力モデル有り)と書かれている方は観測更新時に Table2 を使用しているモデルに加えて、時間更新で重力モデル GGM03C を 20 次まで適用して 4 次のルンゲクッタで解いている。これらの図よりどちらも時間更新時に重力モデルを使用した方が、精度が良くなっている。ノイズ 3[m]の時の位置の残留誤差は約 1.13[m]となった。速度に関しては顕著に精度が上がっており、ノイズ 3[m]の時に約 0.1[m/s]であることが分かる。

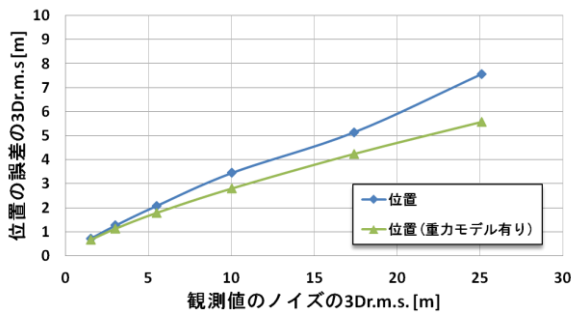


Fig6. 観測値の誤差に対する位置の事後推定誤差

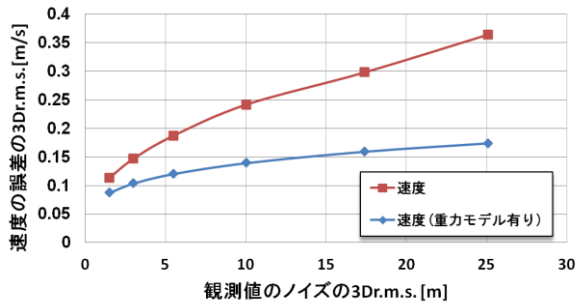


Fig7. 観測値の誤差に対する速度の事後推定誤差

#### 4.2. 軌道伝搬ソフトウェアの検証結果と考察

実際の運用で軌道決定ソフトを使用し、ノイズが収束後の値を選んで初期値として用いる場合、事後推定誤差は Fig.3, 5 の通り、位置は 0~2[m], 速度は 0~0.2[m/s] 程度と幅がある。運用時には誤差の評価が出来ないため意図的に残留誤差の小さい値を選ぶことは出来ない。よって検証には残留誤差の異なる 2 つの初期値を抜粋して軌道伝搬した。Table3 に検証時に用いた初期値の残留誤差を記す。Fig8,9,10 に軌道伝搬の各成分の結果を示す。グラフにおける Along-track 方向は初期値の含まれる誤差によって発散傾向に差が出ている。Cross-track 方向の誤差は初期値①では 900[m], 初期値②では 66[m]となった。よって当初の目標である 100m 以内の精度を達成した。Radial 方向はほとんど誤差が発散せず、0m 付近を振動している。これより、軌道伝搬時に誤差が出やすいのは Along-track 方向であり、初期値に含まれた誤差に大きく影響を受けてしまうことが分かる。また、数値積分に要する時間は Intel Xeon CPU E5630 を使用し、24 時間分の軌道伝搬で 10 秒程度となった。

Table 3. 使用した初期値の残留誤差

|      | 位置誤差[m] | 速度誤差[m/s] |
|------|---------|-----------|
| 初期値① | 1.15    | 0.147     |
| 初期値② | 0.14    | 0.048     |

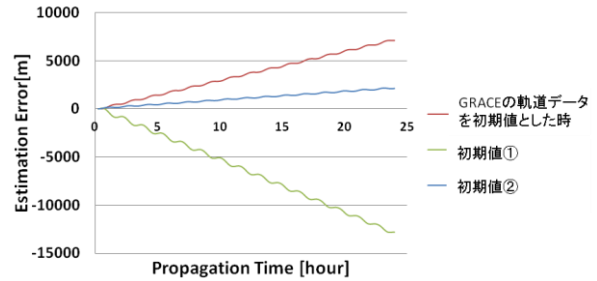


Fig8. Along-track 方向の誤差

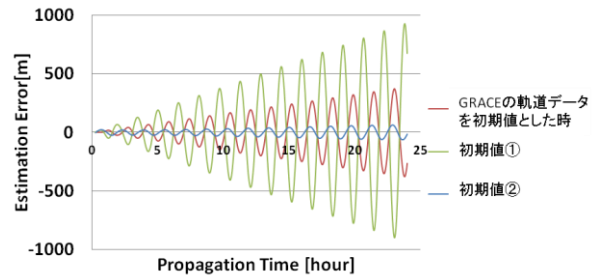


Fig9. Cross-track 方向の誤差

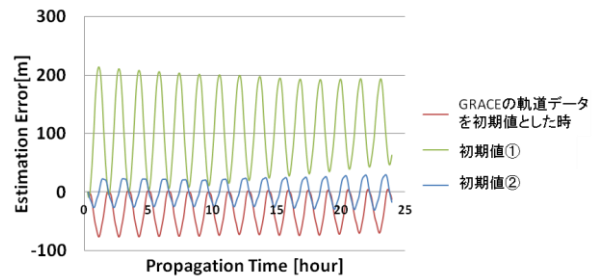


Fig10. Radial 方向の誤差

#### 5. 長期的な軌道計算

軌道伝搬ソフトを改良し、長期的な軌道推定を行った。NORAD から提供される TLE を初期値として入力している。赤道上における衛星の高度を長期的に計算することで、衛星の軌道寿命を予測した。解析では月・太陽引力の摂動による影響が無視できる程度であったので、環境モデルは Table1 から月・太陽モデルを省いたものになっている。また、抵抗係数を変化させて軌道計算し、実際の軌道と比較することで抵抗係数を推定した。

##### 5.1. 検証方法

検証では日本大学宮崎研究室で 2008 年に打ち上げられた超小型衛星 SEEDS-II<sup>9)</sup>に適用した。実際の軌道データとしては打上げから最新まで約 5.5 年間の TLE の値を用い、精度の比較として九州大学と JAXA が共同で開発した衛星の軌道降下が推定できる「デブリ発生防止標準支援ツール(DEMIST)」を用いた。

## 5.2. 検証結果

Fig11 に SEEDS-II の軌道計算結果及び実際の TLE との比較を示す。自作ソフト「Orbit Propagator」のグラフは実際の TLE の軌道とほぼ完全に一致している。それと比べて、「DEMIST」によるグラフは実際の軌道より早く落ちていくことが分かる。なお、「Orbit Propagator」における抵抗係数は 2.0 としている<sup>9)</sup>。

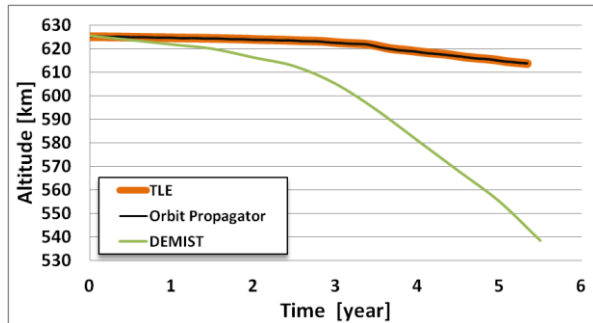


Fig11. SEEDS-II の軌道推定と実際の軌道

## 5.3. 抵抗係数の推定

前節で抵抗係数を 2.0 とした時の結果を示し、実際の軌道とほぼ一致していることが分かったが、より正確に抵抗係数を推定するために同様の方法で抵抗係数  $C_d$  を 1.8 ~ 2.1 まで変化させた時の軌道計算結果を Fig12 に示す。2.0 とした時が最も実際のグラフと近い結果になった。

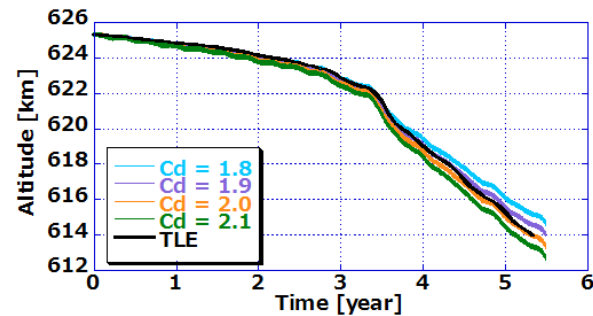


Fig12. SEEDS-II の抵抗係数を変化させた時の軌道推定

## 5.4. SEEDS-II の軌道降下

推定した抵抗係数 2.0 を元に今後の SEEDS-II の軌道降下予測を行った結果を Fig.13 に示す。

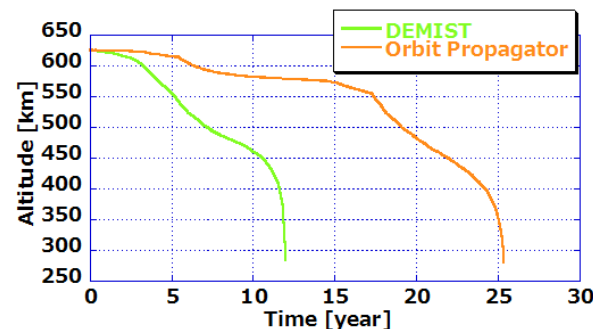


Fig13. SEEDS-II の軌道推定

Orbit Propagator では 25.4 年で大気圏に突入する結果とな

った。なお、大気抵抗モデルに必要な太陽活動及び地球地磁場に関する将来のパラメータは約 11 年周期で活動していると仮定して入力した。

## 5.5. SPRUOT の軌道降下

日本大学超小型衛星開発チームで開発した今後打ち上げ予定の膜面展開実証衛星「SPRUOT」は複合膜面構造物の展開実証と軌道降下率の予測評価を行う。2014 年 4 月 1 日正午に軌道上で放出されたと仮定し、膜展開率が 85%、抵抗係数を 2.0、姿勢制御を行わずランダムで回転した時の計算結果を Fig14 に示す。「Orbit Propagator」では放出から半年後に膜面を展開した場合で計算を行っており、「DEMIST」は打上げ直後に膜を展開した場合の計算結果である。「Orbit Propagator」では放出後 3.73 年で大気圏に突入する結果となった。なお、軌道計算に要する時間は 1 年間の計算に 1 時間程度となった。

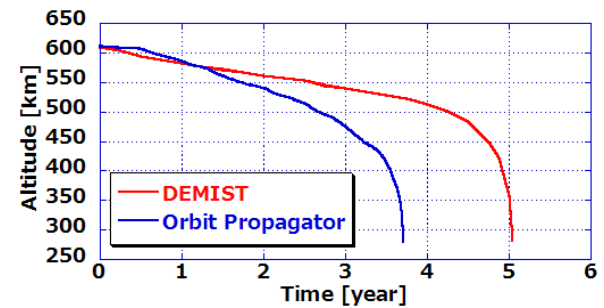


Fig14. SPRUOT の軌道推定

## 6. まとめ

本論文は宇宙用 GPS を用いて、オフラインでの軌道決定、軌道伝搬をすることで 24 時間後の軌道伝搬精度 100m 以内(cross-track 方向)が達成できることを示した。また、SEEDS-II を長期的に軌道伝搬し、実際の軌道と高い精度で一致したことを示した。さらに、SEEDS-II の抵抗係数及びそれを元にした将来の軌道降下の予測と今後打ち上げられる予定の超小型衛星 SPRUOT の軌道降下を推定した。今後は SEEDS-II や打ち上げ後の SPRUOT の実際の軌道と比較し、軌道寿命の予測精度を評価したい。

## 参考文献

- [1]. NUMERICAL RECIPES Webnote No.20, Rev.1  
<http://www.nr.com/webnotes/nr3web20.pdf>
- [2]. 常微分方程式の数値解法 加川友己  
<http://www.aoni.waseda.jp/ykagawa/ode1html/ode1html.html>
- [3]. Gravity Recovery and Climate Experiment  
<http://www.csr.utexas.edu/grace/>
- [4]. NRLMSISE-00 C source code  
<http://www.brodo.de/space/nrlmsise/>
- [5]. JPL Solar System Dynamics  
<http://ssd.jpl.nasa.gov/>
- [6]. Space Weather Education and Outreach Resources  
[http://www.swpc.noaa.gov/ftpmenu/indices/old\\_indices.html](http://www.swpc.noaa.gov/ftpmenu/indices/old_indices.html)
- [7]. Kp 指数 京都大学大学院理学研究科附属地磁気世界資料解析センター  
<http://wdc.kugi.kyoto-u.ac.jp/kp/index-j.html>
- [8]. Oliver Montenbruck, Eberhard Gill: "Satellite Orbit" springer 2005
- [9]. 宮崎康行 "人工衛星をつくる" オーム社 2011