

膜面の折り目を考慮したソーラーセイルの推進力

Propulsion of Solar Sail Taking into Account Crease of Membrane

宮崎研究室
山田 将太

Abstract: Solar sail consists of thin large membrane and the probe body. The membrane is folded during the launch because it is too large to be carried by rocket. Then the membrane is creased, so that the solar radiation pressure is different from that of flat membrane. In this paper, the effect of the crease on the propulsion of solar sail is evaluated.

1. 緒言

ソーラーセイルは太陽光圧を巨大な膜面に受けて推進力とする。そのため、従来の探査機と違い、軌道加速に関して推進薬を必要としないことができ、大きな加速量を必要とする惑星間航行における新しい推進システムとして注目を集めている。しかし、ソーラーセイルはセイルの展開・展張に難しく、また、セイルの材料となる薄くて丈夫な膜がなかったため、過去においては実現が難しかった。しかし、近年、耐宇宙環境性のポリイミド樹脂を安定的に製造する技術が確立されたことで実現性を帯びてきた。

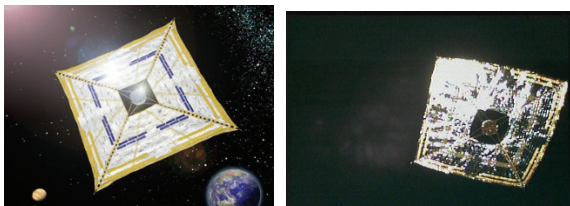


Fig.1. IKAROS^{[1][2]}

そして2010年、わが国ではJAXAにより小型ソーラー電力セイル実証機「IKAROS」(Fig.1.)が打ち上げられた。IKAROSは宇宙空間で14m四方の膜面を、探査機自体が回転する際に生じる遠心力を用いて膜面の展開を行った。その直後から太陽光圧による加速を確認^[1]し、世界で初めて太陽光圧による加速を行った。そして現在、同じくJAXAによって、ソーラーセイルを用いた木星トロヤ群小惑星探査計画が計画されている。

2. 目的

現在、ソーラーセイルに関して、様々な国で研究が行われている。1.でも示したように、ソーラーセイルは薄膜を用いている。そのため、薄膜の収納の際に折り目が生じる。その折り目によって生じる角度によって、推進力は変わってくる。そこで本研究では、その折り目が推進力に与える影響について数値解析を行い、考察を行った。

3. 数値計算手法

3.1 ソーラーセイルに働く太陽輻射圧^{[3][4]}

光の反射の種類には、鏡面反射、散乱反射等がある。

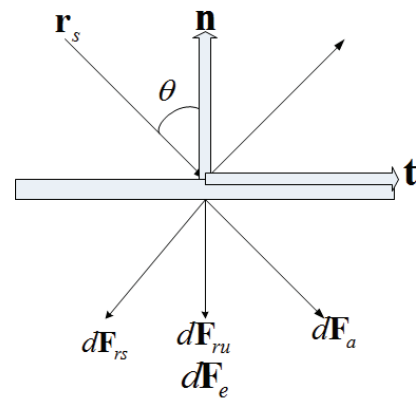


Fig2. 膜面に働く太陽輻射圧

微小な膜面（以下、膜要素）に働く太陽光による力には、

・入射光による力

$$d\mathbf{F}_a = P(r)\cos\theta[-\cos\theta\mathbf{n} + \sin\theta\mathbf{t}]dA \quad (1)$$

・反射光による力

$$d\mathbf{F}_{rs} = P(r)\cos\theta\rho_s[-\cos\theta\mathbf{n} - \sin\theta\mathbf{t}]dA \quad (2)$$

・散乱反射による力

$$d\mathbf{F}_{ru} = -P(r)\cos\theta B_f\rho(1-s)\mathbf{n}dA \quad (3)$$

・吸収による力

$$d\mathbf{F}_e = \frac{\tilde{\sigma}T^4}{c}(e_f B_f - e_b B_b)\mathbf{n} \quad T = \left[\frac{(1-\rho)cP\cos\theta}{\tilde{\sigma}(e_f + e_b)} \right]^{1/4} \quad (4)$$

$$= -P(r)\cos\theta(1-\rho)\frac{e_f B_f - e_b B_b}{e_f + e_b}\mathbf{n}dA$$

の4つがある。ここで、 \mathbf{n} は膜要素に対して垂直なベクトル（以下、法線ベクトル）、 \mathbf{t} は膜要素の接線方向のベクトルを表す。また、 θ は入射光と法線ベクトルの成す角を表す。そして、 ρ は反射率を、 s は鏡面反射率、 B_f 、 B_b は膜面の表裏の光学係数を表し、 e_f, e_b は

膜の表裏の放射率を表す. これら(1)~(4)式を足して整理すると, 膜の微小面積 dA に働く太陽輻射圧は, 以下の式で表される.

$$df = P(r_s) \left[\begin{array}{c} (a_1 \cos^2 \theta + a_2 \cos \theta) \mathbf{n} \beta \\ + a_3 \cos \theta \sin \theta \end{array} \right] dA \quad (5)$$

ただし,

$$\begin{cases} a_1 = 1 + \rho s \\ a_2 = B_f (1-s) \rho + (1-\rho) \frac{e_f B_f - e_b B_b}{e_f + e_b} \\ a_3 = 1 - \rho s \end{cases} \quad (6)$$

である. また, $P(r_s)$ は太陽からの距離 r_s にある, 垂直な膜面の単位面積あたりに働く太陽輻射圧を表す. $P(r_s)$ は

$$P(r_s) = \frac{\Phi}{c} \left(\frac{1AU}{r_{sum}} \right)^2 \quad (7)$$

$$\Phi \approx 1367 \times \left\{ 1 - 0.0335 \sin \frac{2\pi(n_d - 94)}{365} \right\} \quad (8)$$

と, 表される. この際, c は光速, r_{sum} は太陽からの距離, Φ は太陽からの距離が 1AU の時の太陽フラックス, n_d は年初めから数えた日数(1月1日の時 $n_d = 1$) である. 今回は, 計算の簡単化のため, $n_d = 94$ で計算を行った.

3.2 計算アルゴリズム

本研究では IKAROS を例にとって計算を行った.

IKAROS の膜面は, 台形 4 つで構成されている. 本研究においては, まず, 膜面を構成する台形の作成から行った. IKAROS に有る各折り線を 14 分割すると, その分割点に囲まれた四角形ができる. その四角形を 1 つのブロックとする. まず, そのブロック部を作成するプログラムを作成した. Fig.3 にそのフローチャートを示す.

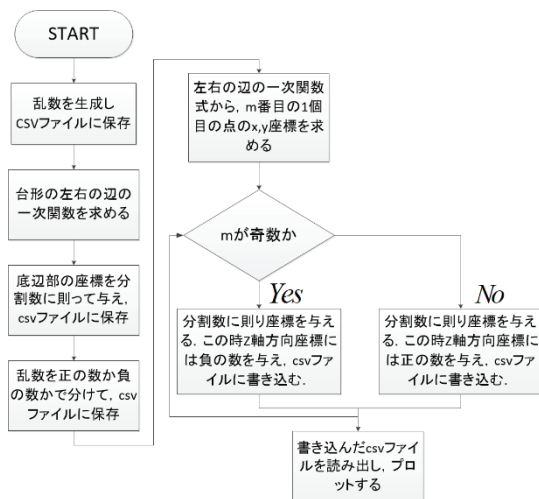


Fig.3. ブロック部作成のフローチャート

今回, ブロック部の作成に際しては各分割点に X, Y, Z 座標に値を与えた. このとき, Z 座標の値, つまり折り目の深さ, については, -1mm から+1mm の範囲で, 乱数を生成させて与えた^[5]. これは, 折り目の深さは折りグセで決まるため一様ではないからである. このプログラムを行った結果, Fig.4 と Fig.5 のようになった.

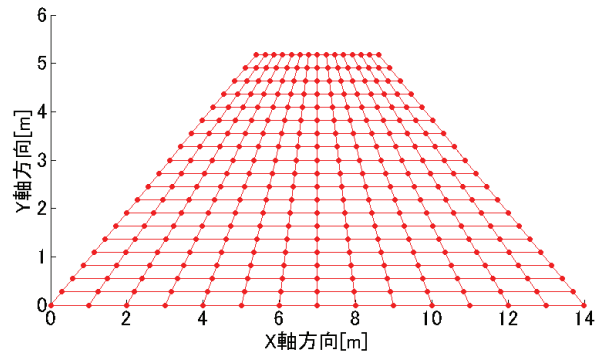


Fig.4. 作成した台形 X-Y 方向視点

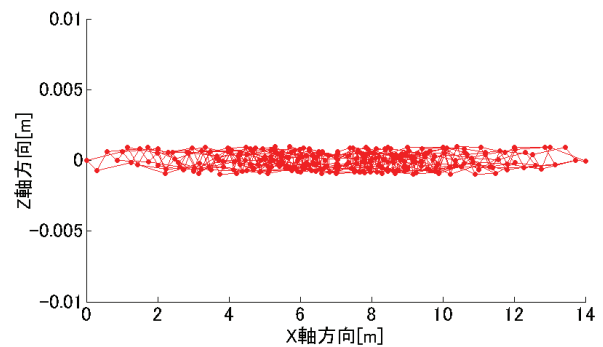


Fig.5. 作成した台形の X-Z 軸断面視点

次に太陽光による推進力の計算方法について述べる^[6]. 今回の計算にあたっては先の台形プロットにより求められた各座標値を用いて, Fig.6 のように 4 節点四角形要素を用いて太陽輻射圧を求めた.

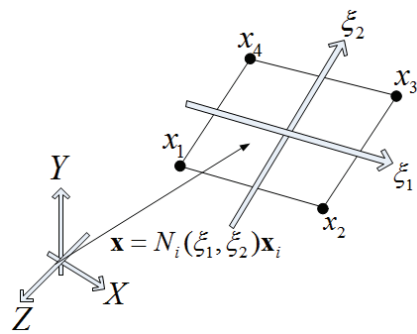


Fig.6. 4 節点四角形要素

4 節点の座標に対して座標変換を用いて局所座標系 (ξ_1, ξ_2) とする. これによって慣性座標系の座標

$\mathbf{x}=(x,y,z)$ は形状関数 N_i を用いて、次のように表される。

$$\bar{\mathbf{x}}(\xi_1, \xi_2) = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi_1, \xi_2) \bar{\mathbf{x}}_i \quad (9)$$

膜要素に働く太陽輻射圧については式(5)のとおりである。この際、膜要素に対して垂直な単位法線ベクトル $\hat{\mathbf{n}}$ は、膜要素の局所座標系における ξ_1, ξ_2 の接線ベクトル $\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2$ の外積から求められる。つまり、

$$\mathbf{g}_\alpha = \frac{\partial N_i}{\partial \xi_\alpha} \mathbf{x}_i \quad (\alpha=1,2 \text{ and } i=1,\dots,n_n) \quad (10)$$

$$\mathbf{n} = \mathbf{g}_1 \times \mathbf{g}_2 \quad (11)$$

$$\hat{\mathbf{n}} = \frac{\mathbf{n}}{\|\mathbf{n}\|} \quad (12)$$

また、 $\cos\theta$ と $\sin\theta$ は、

$$\cos\theta = |\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{r}}| \quad \sin\theta = \|\hat{\mathbf{n}} \times (\hat{\mathbf{n}} \times \hat{\mathbf{r}})\|z \quad (13)$$

で表される。(10)~(13)式を用いて太陽輻射圧を求める式(5)を書き直すと、

$$d\mathbf{f} = \left(P(r_s) |\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{r}}_0| \left\{ \begin{array}{l} [(a_1 - a_3) \hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{r}}_0 + a_2 \beta] \hat{\mathbf{n}} \\ + a_3 \hat{\mathbf{r}}_0 \end{array} \right\} \right) d\xi_1 d\xi_2 \quad (14)$$

となる。

尚、計算に用いた光学係数は Table1 のとおりである。

Table1. 光学係数 (ポリイミド樹脂膜) [7]

| a_1 | a_2 | a_3 | ρ | s | B_f, B_b | e_f, e_b |
|-------|-------|-------|--------|-------|------------|------------|
| 1.863 | 0.012 | 0.137 | 0.881 | 0.980 | 0.667 | 0.500 |

4. 結果・考察

まず、太陽光の入射方向 $\mathbf{r}=(0,0,-1)$ 、太陽からの距離 1AU、平板モデルで数値計算し、手計算と比較し妥当性を検証した。手計算の結果では約 $1.52[mN]$ で、数値計算の結果でも同じ結果であった。また、出力された各軸方向の力については、Z 軸方向のみしか出力されなかった。従って、今回の数値計算で用いたプログラムは妥当であると判断できる。

次に、同条件で折り目がある場合で 50 パターン計算を行った。この際、折り目の Z 軸座標値は各パターン毎にランダムに生成させた。Fig.7, Fig.8 に各軸方向の力のグラフを示す。

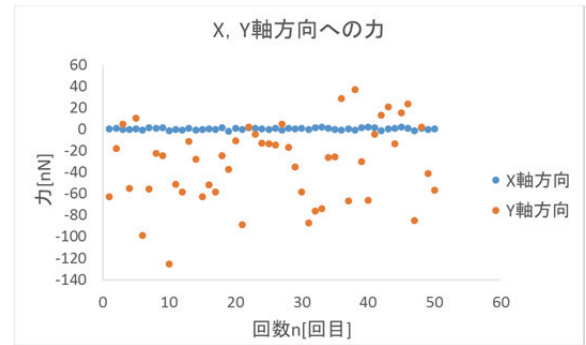


Fig.7. X, Y 軸方向への力

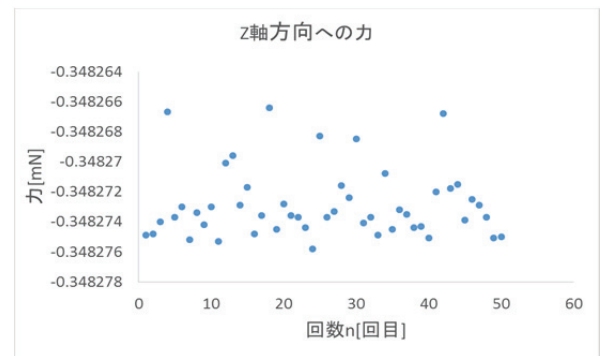


Fig.8. Z 軸方向への力

以上の結果を用いて、X~Z 軸における値の分散 Va を算出した。この分散 Va は、以下の式で求められる。

$$Va = \frac{\sum_{i=1}^{50} (F_i - a)^2}{50} \quad (15)$$

この時、 F_i は各軸方向への力を表し、 a は平均値を表す。結果は以下ようになった。尚、合力の項目は、プログラム内にて計算を行っている。計算方法としては、台形 1 枚全体の X, Y, Z 方向への力のベクトルから、台形 1 枚分の力 \mathbf{F} が求められる。その台形 1 枚分の力 \mathbf{F} を 4 枚分、つまり 4 倍することで、全体の力、即ち、合力を求めた。

Table2. 各軸方向の力の平均と分散

| 軸 | 平均[N] | 分散 |
|----|------------------------|------------------------|
| X | 1.58×10^{-10} | 5.37×10^{-19} |
| Y | -3.20×10^{-8} | 8.39×10^{-16} |
| Z | -3.48×10^{-4} | 2.60×10^{-18} |
| 合力 | 1.39×10^{-3} | 8.32×10^{-17} |

Table2 に示すとおり、合力は平板モデルの 91% の値である。また、Fig.7 や Table2 からわかるように、Z 軸方向以外にも、力は生じている。この結果、ソーラーセイルの推進力は、膜面形状に依存することがわかる。また、X 軸方向に比べ、Y 軸方向への分散は大きい。実際、Fig.7 を見ると、Y 軸方向の分散は大きい。これより、Y 軸方向の力は折り目の影響を特に受けや

すいことが見てとれる。そして、殆どの場合で、X 軸方向への力のほうが大きい。そのため長期間同条件下では、X 軸方向に力を受け続け、目的の軌道を外れる可能性がある。

次に、 $\mathbf{r} = (\pm\sqrt{1-z^2}, 0, -0.9 \sim -0.1)$ で計算を行った。これは Y 軸方向からの入射がない太陽光の入射の単位ベクトルを意味している。これは Fig.9 のような二次元平面での航行を想定したものである。

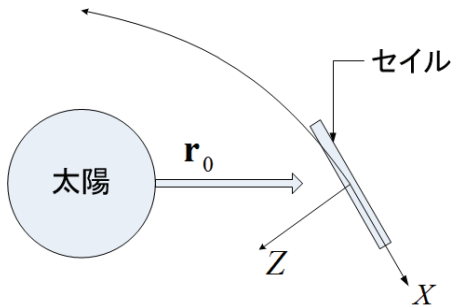


Fig.9 想定した軌道^[2]

計算の結果、Fig.10 のようになった。

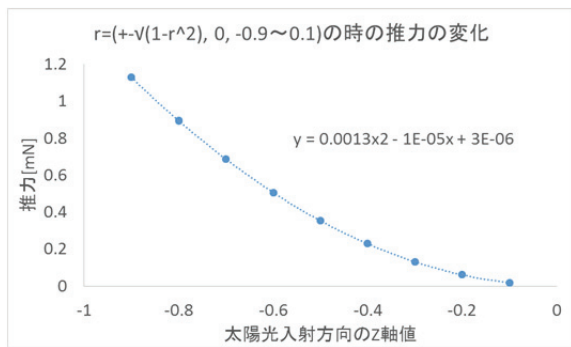


Fig.10. 計算結果

Fig.10 のとおり、合計の推進力は二次関数で近似できる結果となった。これは式(14)を展開すると、 $\hat{\mathbf{n}}$ や $\hat{\mathbf{r}}_0$ に関する多項式が出てくる。この結果、多項式近似ができたものと考えられる。尚、太陽光の入射方向の X 成分が同じ長さで正負を変えた状態での各軸方向の推力については、X 軸方向のみ正負が変わったのみで、他の軸方向成分は変わらなかった。

5. 結言

本研究では膜面の折り目が、推進力に対してどのような影響を及ぼすか、そして太陽光の入射ベクトルが変わるとどのように推進力が変わるかの数値解析を行った。その結果、折り目が生じることで、Z 軸方向のみの入射でも、力が 3 軸に分散し、平板モデルと比較すると推進力が低下することがわかった。

軌道上での膜面形状の推定は軌道の制御を行うにあたり重要になってくるため、今後は推進力を与えて、どのような膜面形状か予測できるように進めていく予定である。

参考文献

- [1]宇宙航空研究開発機構 月・惑星探査プログラムグループ 「小型ソーラー電力セイル実証機 IKAROS 飛翔実験報告書」 p.81, 2014 年 1 月
- [2] 宇宙航空研究開発機構月・惑星探査プログラムグループ 「小型ソーラー電力セイル実証機 IKAROS 飛翔実験計画書」 p.16, p.23, 2010 年 5 月
- [3] Colin R. McInnes “SOLAR SAILING Technology, Dynamics and Mission Applications” Springer 2004 年 2 月
- [4] L.Rios-Reyes, D.J.Scheere “Generalized Model for Solar Sails” Journal of Spacecraft and Rockets Vol.42 No.1 January-February 2005 p.183
- [5] 早瀬亮 「薄膜構造物における折り目の力学モデルに関する研究」日本大学大学院理工学研究科航空宇宙工学専攻修士論文, p.42, 2010 年 3 月
- [6]Sakamoto,H, Miyazaki,Y, K.C.Park “Finite Element Modeling of Sail Deformation Under Solar Radiation Pressure” The Journal of Spacecraft and Rockets Vol.44 No.1 2007 p.516
- [7]但野暁子・山崎恵美 「ゴッサマー構造物に関する研究」日本大学理工学部航空宇宙工学科卒業論文, p.9, 2009 年 3 月