

# インフレーターチューブの動特性

## Dynamic Characteristics of Inflatable Tube

宮崎・山崎研究室

Miyazaki-Yamazaki Laboratory

青木友弥

Yuya Aoki

In recent years, gossamer structure has attracted attention as a structural style of a large space structure. Gossamer structure is excellent in storability and lightweight, and a member that is thin and easily buckled by compression is used. Nihon University designed and developed a micro satellite SPROUT that made use of the advantages of the Gossamer structure. SPROUT was launched the space demonstration of the composite membrane surface structure developed as the main mission. However the membrane did not fully deployment .In this research, for the purpose of investigating what kind of movement occurs when the membrane is developed in outer space, therefore, measure and compare the natural frequency of the tube for each gas pressure from both experiment and calculation.

### 1. 序論

#### 1.1. 背景

近年、細く、圧縮により容易に座屈する部材を用いた構造であるゴッサマー構造が、収納性・軽量性に優れ、将来の大型宇宙構造物の構造様式として期待されている。これらの利点を生かし、日本大学では複合膜面構造物展開の宇宙実証をメインミッションとした超小型人工衛星「SPROUT」を設計・開発した。SPROUTではFig. 1のように正三角形形状のポリイミド膜とアルミラミネート製インフレーターチューブから成る複合膜面を展開することをミッションとして2014年に打ち上げられているが、軌道上の画像を地上で再現したところ、膜面が完全には展開しきっておらず、チューブも大きくスパイラルしている可能性があり、膜面展開率は15.2%となっている。そのため、軌道上のSPROUTがどのような展開をしたのかを実験・数値計算で確かめることで、複合膜面構造物の展開挙動を推定する手法を提案することがすすめられてきた。

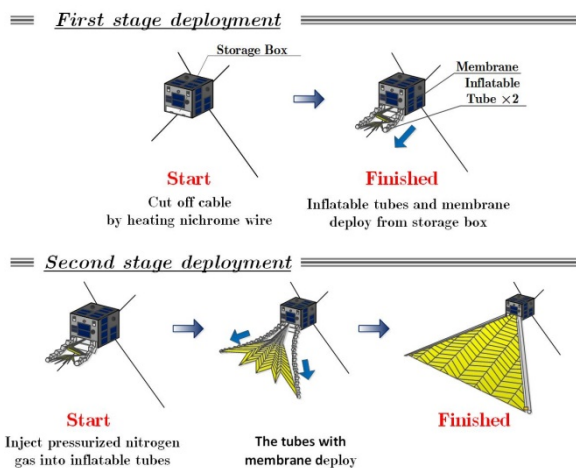


Fig. 1 Deployment of SPROUT

SPROUTのチューブはFig. 2のように作成されている。



Fig. 2 Inflatable tube

チューブが伸展しなかった理由としては、膜やチューブがどこかに引っかかった、収納機構内部や特徴点の粘着層による展開拘束、長期収納で硬化した、長期的に圧縮されていたことや放射線や真空環境による影響、ガス圧の不足などが考えられている。

#### 1.2. 目的

本研究は、宇宙空間においてSPROUTのチューブの伸展が成功していたとしたどのような挙動をしたのかを調べるために、チューブの固有振動数の理論式を導くことを目的とする、また、導いた理論式よりガス圧ごとのチューブの固有振動数を計算し、計算結果と地上実験の結果と比較する。理論式を導くにあたり、チューブは一端固定他端自由の中空梁として取り扱い、内圧を考慮した場合の運動方程式を立て、内圧ごとにチューブの固有振動数を計算する。

以上を踏まえ、次節以降では、運動方程式の導出に必要な記号をTable 1のように定義する。

Table 1 Nomenclature

$m$	Tube tip mass
$m_t$	Tube mass
$\ell$	Tube length
$y$	Deflection
$P_0$	Gas pressure
$M$	Moment applied to tube
$T$	Tube tension
$I$	Secondary moment of area
$A$	Total cross section
$A_0$	Cross section
$D$	Tube outline
$d$	Inner Tube shape
$t$	Thickness
$\rho$	Density
$E$	Young's modulus

### 2. 理論

#### 2.1. チューブの運動方程式

チューブはFig. 3のように伸びきった状態とし、内圧  $P$  がかかる片持ち梁として考える。

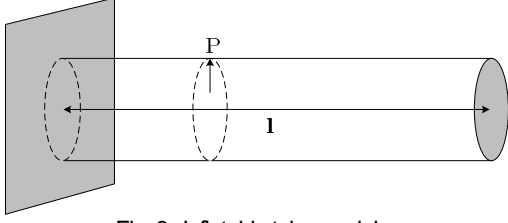


Fig. 3 Inflatable tube model

この時、内圧以外の外力はかからないものとする、 $y$  を距離と時間の関数として、片持ち梁にかかる力のつり合いと、モーメントのつり合いの式は以下のように与えられる。

$$M' + N - Ty' = 0 \quad (1)$$

$$\frac{m_t}{\ell} \ddot{y} - N' = 0 \quad (2)$$

ここで張力  $T$  は、式(3)の形で近似する。

$$T = P_0 A_0 \quad (3)$$

さらに応力とひずみの関係である片持ち梁の構成則を以下のように与えると

$$M = EIy'' \quad (4)$$

つり合いの式と構成則より、運動方程式は以下のような式で与えることができる。

$$\frac{m_t}{\ell} \ddot{y} + EIy'''' - Ty'' = 0 \quad (5)$$

ここで  $y$  の変数分離解を式(6)のように仮定すると

$$y = Y(x)f(t) \quad (6)$$

固有振動数  $\Omega$  を式(7)のように与えられる。

$$\frac{\ddot{f}}{f} = \frac{T\ell Y''}{m_t Y} - \frac{EI\ell Y''''}{m_t Y} \equiv -\Omega^2 \quad (7)$$

これを  $Y$ ,  $f$  の式に変形して解くと以下の式が与えられる。

$$\begin{cases} f = A_1 \sin \Omega t + A_2 \cos \Omega t \\ Y'''' - \frac{T}{EI} Y'' - \frac{m_t \Omega^2}{EI\ell} Y = 0 \end{cases} \quad (8)$$

ここで  $A_1, A_2$  は複素解であり、

$$Y(x) = e^{\lambda x} \quad (9)$$

$Y$  を式(9)と仮定して(8)式を解くと

$$\lambda^2 = \begin{cases} -\frac{\sqrt{\left(\frac{T}{EI}\right)^2 + \frac{4m_t \Omega^2}{EI\ell}} - \frac{T}{EI}}{2} \equiv -\frac{\alpha^2}{\ell^2} \\ \frac{\sqrt{\left(\frac{T}{EI}\right)^2 + \frac{4m_t \Omega^2}{EI\ell}} + \frac{T}{EI}}{2} \equiv \frac{\beta^2}{\ell^2} \end{cases} \quad (10)$$

と表せ、ここから  $Y$  は以下ようになる。

$$Y = C_1 \sin \frac{\alpha}{\ell} x + C_2 \cos \frac{\alpha}{\ell} x + C_3 \sinh \frac{\beta}{\ell} x + C_4 \cosh \frac{\beta}{\ell} x \quad (11)$$

$Y$  の境界条件を式(12),式(13),式(14),式(15)のように与える。

$$Y(0) = 0 \quad (12)$$

$$Y'(0) = 0 \quad (13)$$

$$Y''(\ell) = 0 \quad (14)$$

$$m_t \ddot{y}(\ell) + N(\ell) = 0 \quad (15)$$

式(7)を整理すると、運動方程式は式(16)

$$-m\Omega^2 Y(\ell) - EIY''''(\ell) + TY'(\ell) = 0 \quad (16)$$

あるいは式(17)で与えられる、

$$-\frac{m\ell^3 \Omega^2}{EI} Y(\ell) - \ell^3 Y''''(\ell) + \frac{T\ell^3}{EI} Y'(\ell) = 0 \quad (17)$$

ここで、式(18)

$$\mu = \frac{m}{m_t}, \quad \eta \equiv \frac{T\ell^2}{EI} \quad (18)$$

とすれば、式(10)は以下の式で与えられる。

$$-\mu\alpha^2 \beta^2 Y(\ell) - \ell^3 Y''''(\ell) + \eta \ell Y'(\ell) = 0 \quad (19)$$

ここから、式(12)(13)(14)(19)を整理することで、式(20)が得られる。

$$\begin{aligned} & \mu(\alpha \sin \alpha + \beta \sinh \beta)(\alpha^2 \beta^2 \cosh \beta - \alpha^2 \beta^2 \cos \alpha) \\ & + (\alpha \sin \alpha + \beta \sinh \beta)(\beta^3 \sinh \beta - \alpha^3 \sin \alpha) \\ & - \eta \mu(\alpha \sin \alpha + \beta \sinh \beta)^2 \\ & + \mu(\alpha^2 \cos \alpha + \beta^2 \cosh \beta)(\alpha \beta^2 \sin \alpha - \alpha^2 \beta \sinh \beta) \\ & + \eta(\alpha^2 \cos \alpha + \beta^2 \cosh \beta)(\cos \alpha - \cosh \beta) \\ & + (\alpha^2 \cos \alpha + \beta^2 \cosh \beta)^2 = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

この行列を計算し、整理すると

$$\begin{aligned} & \mu\alpha\beta(\alpha^2 + \beta^2)(\beta \sin \alpha \cosh \beta - \alpha \cos \alpha \sinh \beta) \\ & - (\alpha^2 - \beta^2)^2 - 2\alpha^2 \beta^2(1 + \cos \alpha \cosh \beta) \\ & - \alpha\beta(\alpha^2 - \beta^2) \sin \alpha \sinh \beta \\ & - \eta[(\alpha^2 - \beta^2)(1 - \cos \alpha \cosh \beta) + 2\alpha\beta \sin \alpha \sinh \beta] = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

式(9), (17)より、

$$\beta = \sqrt{\alpha^2 + \eta} \quad (22)$$

と表せるため、これより式(21)は変形して、固有振動数は固有値  $\alpha$  の関数として式(23)で与えられる。

$$\Omega = \alpha \sqrt{\alpha^2 + \eta} \sqrt{\frac{EI}{m_t \ell^3}} \quad (23)$$

式(21)を計算することで  $\alpha$  は求められるため、これによって式(23)よりチューブの固有振動数  $\Omega$  を求められる。また、チューブの振動数  $f$  は固有振動数  $\Omega$  より、式(24)で与えられる。

$$f_n = \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{\alpha \sqrt{\alpha^2 + \eta}}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{m_t \ell^3}} \quad (24)$$

チューブ単体で、かつ内圧がない場合の  $\alpha$  を  $\alpha_0$ 、固有振動数を  $\Omega_0$  とすれば、式(25)が与えられる

$$\frac{\Omega}{\Omega_0} = \frac{\alpha \sqrt{\alpha^2 + \eta}}{\alpha_0^2} \quad (25)$$

式(25)より、内圧の影響を考慮することができる。

## 2.2. チューブの仕様

今回の計算で用いるチューブの諸元を Table 2 に示す。ここで慣性二次モーメント  $I$  は、チューブの先端に質量がないものとして考え、式(26)で近似して求められており、ヤング率  $E$  はアルミラミネートフィルムを直接引張試験して求められている。

$$I = \frac{D^4 - d^4}{64} \pi \quad (26)$$

Table 2 Specification of inflatable tube

Tube material	Aluminum laminate film
Tube tip mass	0kg
Tube mass	8.03kg
Tube length	1.1m
Tube outline	0.02015mm
Inner Tube shape	0.02mm
Thickness	75 $\mu\text{m}$
Cross section	$3.141 \times 10^4$
Density	$1543 \text{kg}/\text{mm}^3$
Secondary moment of area	$2.38 \times 10^{-10} \text{m}^4$
Young's modulus	$1.24 \times 10^{10} \text{Pa}$
Rigidity	$2.95 \text{N} \cdot \text{m}^2$

今回は Table 2 の諸元に加え、Table 3 に示す 4 パターンのガス圧力において計算を行い、固有振動数  $\Omega$  及び単位時間当たりの振動数  $f$  を求める。

Table 3 Gas pressure

$P_0$ (kPa)	$P_0$ (kPa)	$P_0$ (kPa)	$P_0$ (kPa)
0	30	50	70

ガス圧力のパターンだが、ラミネートフィルムに用いられている 1000 系のアルミニウムの 0.2% 耐力は  $\sigma_{0.2} = 29 \text{ [MPa]}$  であることから、塑性硬化に必要な内圧は周方向に  $56.9 \text{ [kPa]}$  であり、アルミラミネートフィルムは内圧が  $70 \text{ [kPa]}$  を超えるとシールが内圧に耐えられず剥がれる可能性があることが事前実験よりわかっている。また、内圧が  $30 \text{ [kPa]}$  を超える辺りから、除圧後も折り目が復元せず円環の形状を維持することも予備実験からわかっている。<sup>[4]</sup> そこで、チューブのシールが剥がれず、かつ除圧後も形状が維持できる範囲で圧力の違いによる出力変動を見るために、内圧を Table 3 ように制御因子として 4 パターン設定している。

## 3. 計算結果

2.2 節の手法によって、各ガス圧力での、チューブの張力  $T$ 、 $\eta$ 、 $\alpha$  は求められる。これによって固有振動数  $\Omega$  と振動数  $f$  は Table 4 のように計算された。

Table 4 Calculation result

Inner pressure $P_0$ [kPa]	0	30	50	70
Tube tension $T$ [N]	0	9.42	15.7	22.0
$\eta$	0	3.86	6.43	9.01
$\alpha$	1.875	1.943	1.945	1.937
Natural frequency $\Omega$ [-]	58.46	89.28	103.4	115.1
Frequency $f$ [Hz]	9.305	14.21	16.455	18.319

Table 4 より、式(25)を用いて内圧が 0 の時との比を求めると、内圧がかからない場合との  $\alpha$ 、固有振動数の比は Table 5 で与えられる。

Table 5 Ratio of natural frequency

Gas pressure	30	50	70
$\alpha/\alpha_0$	1.036	1.037	1.033
$\Omega_0/\Omega$	1.5271	1.7684	1.9687

## 4. 実験と考察

### 4.1. 実験結果

実験を二つ上げる。一つは、Fig. 2 のような八角形折りで作成した 1.1m のチューブにピエゾセンサーを取り付けて上からつるし、 $70 \text{ kPa}$  の内圧をかけてチューブの振動数を調べた。振動数はピエゾセンサーと目視の両方で確認されており Table 6 の結果が得られている。

Table 6 Experimental result

Gas pressure $P_0$	70kPa
Natural frequency $\Omega$	49.1
Frequency (piezo)	7.813Hz
Frequency (Visually)	5~6Hz

もう一つの実験は、折り目の無いチューブを用いて行われた。チューブに内圧をかけて吊るし、チューブを指で弾いてから振動が収まるまでを、チューブ内圧を  $30 \text{ kPa}, 50 \text{ kPa}, 70 \text{ kPa}$  三パターン録画した。その結果、内圧の高いチューブほど減衰が早く、振幅は小さく、振動数は大きいことが確認できた。

### 4.2. 考察

本研究では、理論的にチューブの振動数を導いたものの、地上重力下での実験結果と比較すると、固有振動数の理論値が実験結果と比べて倍以上大きいという結果になっている。この差は、そもそも、内圧が低いと折り目の影響でチューブが波腹状に変形していて、実験のチューブではみかけの  $E$  や  $A$ 、 $I$  が  $T$  に依存しているためであると考えられる。<sup>[2]</sup> 特に  $E$  は  $T$  が小さい場合に折り目の影響を受けやすいと考えられる。そこで式(24)より、実際  $E$  をそれぞれ 10 分の 1 にして計算してみると、数値は Table 7 のように変化する。

これより、 $E$  が小さくなると内圧による固有振動数の影響は大きくなるのがわかる。理論では、 $E$  を素材のみで考え

ているため、内圧と  $E$  の関係を考えることが重要になりそうである。実際、正確な振動数が計測できていないものの、折り目の無いチューブでは、内圧が大きい場合の実験はチューブの減衰が早いことが確認できており、内圧による影響が固有振動数に出ていることは明らかである。

また、先端の質量は0として計算しているため、先端の影響を考える必要もあると考えられる。

Table 7 Calculation result

Inner puresure $P_0$ [kPa]	0	30	50	70
$\alpha$	1.875	1.823	1.773	1.743
Natural frequency $\Omega$ [-]	18.49	62.08	76.00	88.47
Frequency $f$ [Hz]	2.943	14.21	16.455	18.319
$\alpha/\alpha_0$		0.972	0.945	0.929
$\Omega_0/\Omega$		3.358	4.110	4.785

## 5. 結論

本稿では、次のような結論を得た。

- ・チューブの固有振動数の理論式を、チューブの運動方程式より求めた。
- ・内圧はチューブの固有振動数に大きく関わっており、内圧が大きいほど固有振動数は大きい。

## 参考文献

- [1]SPROUT ミッション概要 2016  
<http://sat.aero.cst.nihon-u.ac.jp/sprout-e/1-Mission-e.html>
- [2]宮崎康行, チューブの固有振動数 2015年6月10日
- [3]A. Le van, C. Wielgosz, "Bending and buckling of inflatable beams: Some new theoretical results, Thin-Walled Structures, 43, 1166-1187, 2005.
- [4]藤井大輔, 品質工学を用いたインフレーターブルチューブの設計 平成20年度, 日本大学理工学部航空宇宙工学科卒業論文, 2008年
- [5]村田亮 展開膜面構造物に関する研究 平成23年度日本大学理工学部航空宇宙工学科卒業論文 2011年