

# ハブに巻き付けられたコンベックステープの非剥離条件

## Undetachment Condition of a Tape-Spring Wrapped Around a Hub

宮崎・山崎研究室

Miyazaki-Yamazaki Laboratory

福永桃子

Momoko Fukunaga

A tape-spring can be rolled-up easily, so that it can be stored into small volume. It exerts a self-extending force when stored cylindrically and has high specific rigidity after it has extended straightly. Thus a tape-spring has excellent property as deployable space structure, and in fact it is employed as a structural member of self-deployable structure. It is known, however, that the self-extension of a tape-spring wrapped around a free-rotating hub fails if the angular velocity exceeds a certain value. The failure is caused by the detachment of the tape-spring from the hub during the rotation of the hub. This paper derives the conditions of the detachment theoretically, and compares it with the experimental results to verify the theory.

### 1. 序論

#### 1.1. 自己伸展部材を用いた展開構造

巻き尺のような凸型断面部材（以下、コンベックステープ）は、円筒状に巻き付けて保持することが比較的容易であり、保持を開放すると、巻き付け時に蓄えられる歪エネルギーを運動エネルギーに変換することで展開する。この特性を利用し、コンベックステープを二つ合わせて接合した閉断面部材を用いた膜展開構造も提案されている<sup>[1-3]</sup>。その多くは、Fig.1 に示すような構造様式となっている。

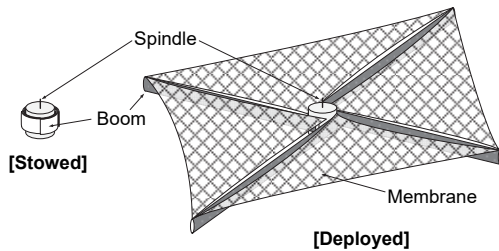


Fig.1 Self-deployable membrane structure

そこで、本研究では、シンプルな自己展開構造の1つとして、Fig.2 に示すように、回転自由なハブにコンベックステープを巻き付け、ガイドローラーを周囲に配置することで、テープが直線状に伸展する展開様式を採用し、超小型衛星用の自己展開デオービット膜構造を開発してきた<sup>[4]</sup>。

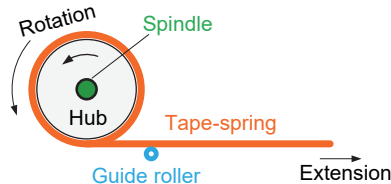


Fig.2 Self-extension of guided tape spring

#### 1.2. 自己展開トラス構造の課題

前節で示した、自己展開トラス構造には課題が挙げられる。それは、収納部（ノード）でブームが伸展しない可能性がある点である。この不具合の原因として、① ハブと軸との摩擦、ブームとガイドローラーとの摩擦により、ハブの回転が止まり、ブームの伸展が止まる、②のようにハブが剥離し、ブームがノード内にスタックするといった2つの点が考えられる。Fig.3

は回転自由のハブに巻き付けられた4本のコンベックステープの伸展途中の状態を撮影した例であるが、この例では、(b)にある通り、2つのガイドローラーの間でテープがハブから剥離して膨らみ続け、最終的には伸展が止まった。

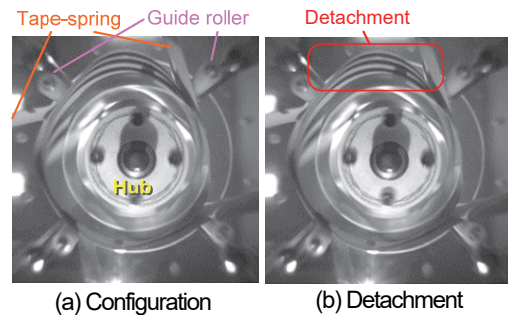


Fig.3 Detachment of tape-spring from rotating hub

①については、コンベックステープやBCONブームの自己伸展力の理論式を導き、実験により、その妥当性を示した。また、②についてはガイドローラーの摩擦のみに起因して剥離が起こる条件式を導き、実験結果と符合するかを確認した<sup>[5]</sup>。しかし、実際はハブが空回りしてテープのスタックが起こるなど、摩擦のみに起因するとは考えにくく、さらには、様々な仮定を用いているため、理論的な妥当性の評価が難しい。

そこで、数学的に明確な仮定のもとで運動を解き、剥離しない条件（非剥離条件）を導く必要があると考えた。

#### 1.3. 本研究の目的

本研究では、回転自由なハブに一端を固定して巻き付けられたコンベックステープがガイドローラーの補助により一方向に伸展する際に、部材がハブから剥離する現象が起こらないための条件式（以下、非剥離条件式）を導くことを目的とする。

### 2. 剥離を伴う自己伸展部材の運動方程式

この章では、1本のコンベックステープ（以下、テープ）が剥離する際の運動方程式を導く。そして、次章では剥離なしでの伸展運動まわりに運動方程式を線形化し、剥離が0の状態から増加しないための条件（非剥離条件）を導く。

#### 2.1. 剥離形状の仮定

まず、テープが自己伸展中の状態を Fig.4 (a) のようにおき、直交座標系  $O-x-y$  を図のように設定する。次に、剥離が起

こった場合のテープの形状を Fig.8 のように仮定する。つまり、巻き付け半径を  $r$  として、テープは  $(x, y) = (r, 0)$  から  $(-r, 0)$  の間、剥離し、その形状は楕円であるとする。そして、 $x = 0$  でのギャップ (剥離変位) を  $u$  とする。

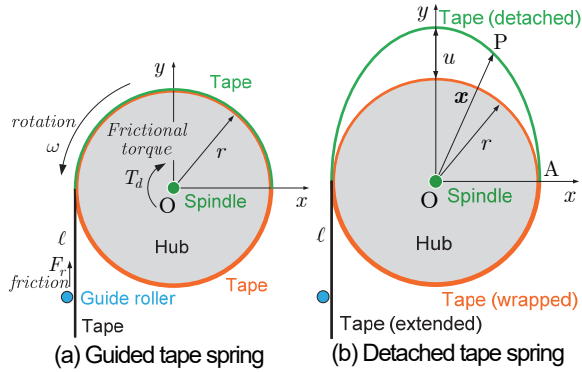


Fig.4 Mathematical model

以上を踏まえ、次節以降では、運動方程式の導出に必要となる、エネルギーや摩擦による仕事を定式化する。なお、それにあたり、記号を Table 1 のように定義する。

Table 1 Nomenclature

$F_r$	テープとガイドローラーの間の摩擦力
$I_o$	ハブの慣性モーメント
$\ell$	運動開始時にテープが真っ直ぐな部分の長さ
$L$	テープの長さ
$\omega$	ハブの角速度 ( $\omega = \dot{\theta}$ )
$\rho$	テープの線密度
$\theta$	ハブの回転角
$T_d$	ハブと軸の間の摩擦、ロータリーダンパ、その他外乱による抵抗トルク

## 2.2. 運動エネルギー

Fig.4(b)における系全体の運動エネルギーは次式の通りとなる。

$$T = \frac{1}{2}(I_o + \rho Lr^2)\dot{\theta}^2 - \rho r \dot{\theta} \dot{u} \left[ \ell + \pi r + r\theta - s_c + \int_0^\pi k(\alpha, u)g(\alpha, u)d\alpha \right] + \frac{1}{2}\rho \dot{u}^2 \left[ (\ell + \pi r + r\theta - s_c)k(\pi, u)^2 - 2(r+u) \int_0^\pi \sin \alpha \cos \alpha k(\alpha, u)d\alpha + \int_0^\pi \sin^2 \alpha g(\alpha, u)d\alpha + \int_0^\pi k(\alpha, u)^2 g(\alpha, u)d\alpha \right] \quad (1)$$

ただし、ドットは時間微分を表し、式(1)中の  $g(\alpha, u)$ ,  $k(\alpha, u)$  は次式で表される。

$$g(\alpha, u) = \sqrt{r^2 + u^2 \cos^2 \alpha + 2ru \cos \alpha} \quad (2)$$

$$k(\alpha, u) = \int_0^\alpha \frac{\partial g(\beta, u)}{\partial u} d\beta$$

## 2.3. 歪エネルギー

幅方向に曲率  $\kappa_o$  をもつテープを軸方向に曲率  $\kappa$  で曲げた場合に、単位長さあたりに蓄えられる歪エネルギー  $p(\kappa)$  は、テープの軸方向および幅方向のヤング率を  $E_x$  および  $E_y$ 、ポアソン比を  $\nu_x$  および  $\nu_y$  ( $\nu_x E_x = \nu_y E_y$ )、厚さを  $h$ 、幅方向の弧長の半分を  $b$  として、

$$p(\kappa_h) = b\tilde{D}_x(1 - \nu_x \nu_y)\kappa_h^2 + b\tilde{D}_y(\kappa_o + \nu_x \kappa_h)^2(1 - A_1) \quad (3)$$

また、テープ全体の歪エネルギーは次式で求められる<sup>[6]</sup>。

$$V = P(L_o - r\theta) + \int_0^\pi p(\kappa)g(\alpha, u)d\alpha \quad (4)$$

## 2.4. 摩擦による外部仮想仕事

ロータリーダンパによる摩擦トルクとガイドローラーによる摩擦力による仮想仕事の和  $\delta W$  は次式で求められる。

$$\delta W = -(rF_r + T_d)\delta\theta + k(\pi, u)E_r\delta u \quad (5)$$

以上より、ラグランジュ方程式は導くことができる。

## 3. 非剥離条件の導出

剥離が起こるのは、剥離変位  $u$  が  $u = 0$  付近で増加傾向を示すときであるはずなので、式(1), (4), (5)より求めた  $u = 0$  まわりの運動方程式を解き、解が  $u = 0$  に留まる条件、すなわち、非剥離条件を導く。

### 3.1. 剥離開始時の運動方程式

$u = 0$  まわりの運動方程式を解くにあたり、ガイドローラーでの摩擦力  $F_r$  およびハブの軸での抵抗トルク  $T_r$  をそれぞれ次式の通り、角速度  $\omega$  の一次関数で近似する。

$$F_r = C_r\omega + F_{ro}, \quad T_d = A_d\omega + T_{do} \quad (6)$$

このとき、 $\theta$  に関する運動方程式において、 $u = 0$  のときの解を  $\tilde{\theta}$  とすれば、

$$(I_o + \rho Lr^2)\ddot{\tilde{\theta}} + (C_r r + A_d)\dot{\tilde{\theta}} = (P - F_{ro})r - T_{do} \quad (7)$$

である。いま、

$$\theta = \tilde{\theta} + \varphi \quad (8)$$

とおき、 $(\varphi, u)$  が微小であるとして、運動方程式を  $(\varphi, u)$  に関して線形化すると、次式を得る。

$$(I_o + \rho Lr^2)\ddot{\varphi} - \rho r \left( \ell + \frac{\pi}{2}r + r\tilde{\theta} \right) \ddot{u} + (C_r r + A_d)\dot{\varphi} = 0 \quad (9)$$

$$- \rho r \left( \ell + \frac{\pi}{2}r + r\tilde{\theta} \right) \dot{\varphi} + \frac{\pi}{8}\rho(4\ell + 9r + 4r\tilde{\theta})\ddot{u} - \left( 2\rho r^2\dot{\tilde{\theta}} + \frac{\pi}{2}C_r \right) \dot{\varphi} + \frac{\pi\rho r}{2}\tilde{\theta}\dot{u} - \rho r^2\ddot{\tilde{\theta}}\varphi + \left[ \frac{\pi\kappa_h}{8}(P - M\kappa_h - C_r\dot{\tilde{\theta}} - F_{ro} + 11N\kappa_h^2) + \frac{\pi\rho r}{8}\tilde{\theta} \right] u = \rho r \left( \ell + \frac{\pi}{2}r + r\tilde{\theta} \right) \ddot{\tilde{\theta}} + \rho r^2\dot{\tilde{\theta}}^2 - \frac{\pi}{2}(P - M\kappa_h - C_r\dot{\tilde{\theta}} - F_{ro}) \quad (10)$$

ただし、

$$\begin{cases} P \equiv p(\kappa_h), & M \equiv \frac{\partial P}{\partial \kappa_h}, & N \equiv \frac{\partial M}{\partial \kappa_h} \\ A_1 = \frac{\cosh 2\eta - \cos 2\eta}{\eta(\sinh 2\eta + \sin 2\eta)}, & \eta \equiv \sqrt[4]{\frac{E_x b^4 h \kappa_h^2}{4\tilde{D}_y}} \\ \tilde{D}_x = \frac{E_x h^3}{12(1 - \nu_x \nu_y)} \left( 1 - \frac{h^2 \kappa_o^2}{12} \right) \\ \tilde{D}_y = \frac{E_y h^3}{12(1 - \nu_x \nu_y)} \left( 1 - \frac{h^2 \kappa_o^2}{12} \right) \end{cases} \quad (11)$$

### 3.2. 非剥離条件

実際に安定性について考えると、保持状態及び伸展時に安定であるための非剥離条件式は次式で表される。

$$(C0) \quad (P - F_{ro})r - T_{do} > 0 \quad (12)$$

$$(C1) \quad P - M\kappa_h - F_{ro} \geq 0 \quad (13)$$

$$(C2) \quad \rho r^2 \frac{(P - F_{ro})r - T_{do}}{I_o + \rho Lr^2} < \frac{\pi}{2} (P - M\kappa_h - F_{ro}) \quad (14)$$

$$(C3) \quad \rho r \left( \ell + \frac{\pi}{2} r + r\theta \right) (a - b\omega_e) + \frac{\pi}{2} C_r \omega_e + \rho r^2 \omega_e^2 < \frac{\pi}{2} (P - M\kappa_h - F_{ro}) \quad (15)$$

ただし,  $\omega_e$  は伸展終了時の角速度であり,

$$a = \frac{(P - F_{ro})r - T_{do}}{I_o + \rho Lr^2}, b = \frac{C_r r + A_d}{I_o + \rho Lr^2} \quad (16)$$

### 3.3. 非剥離条件式の解釈

非剥離条件式(C0)~(C3)は以下のように解釈できる.

- (C0) テープが抵抗トルクに打ち勝って伸展するために最低限必要な自己伸展力  $P$  の値を与えている.
- (C1) 収納時にテープを安定に巻き付けることができるための条件を与えている.
- (C2) 伸展開始時にハブが空回りしないために最低限必要なハブの慣性モーメント  $I_o$  の値を与えている.
- (C3) 伸展時にハブの角速度が大きくなりすぎてテープが剥離しないための終端角速度  $\omega_e$  の上限値を与えている.

以上により, 非剥離条件式をその解釈も含め, 得ることができた. 設計上, 特に問題となるのは条件(C3)の妥当性である. そこで, 次章では実験により, 条件(C3)の妥当性を確認する.

## 4. 実験による理論の検証

非剥離条件式(C3)の妥当性を確認するため, ロータリーダンパを取り付けずに, 伸展実験を行い, 剥離を起こす角速度  $\omega_{cr}$ , ならびに, そのときの角度  $\theta_{cr}$ , 剥離を起こすまでの時刻  $t$  と角度  $\theta$  の時系列データを取得した. 仮に理論が妥当であったとしたら, (C3)より, 次式が成り立つはずである.

$$\rho r \left( \ell + \frac{\pi}{2} r + r\theta_{cr} \right) (a - b\omega_{cr}) + \frac{\pi}{2} C_r \omega_{cr} + \rho r^2 \omega_{cr}^2 = \frac{\pi}{2} (P - M\kappa_h - F_{ro}) \quad (17)$$

実験は, 3種類の巻き付け半径  $r$  (ハブ半径にテープの厚みを加えた値) について行った.  $r$  も含め, 実験に用いた値は Table 2 の通りである. また, 実験装置全体およびテープを取り付けたハブの外観は Fig.5, Fig.6 の通りである.

Table 2 Material and geometrical properties

(a) Case-1 (small hub)			
$\rho$	14.34 g/m	$L$	1.0 m
$r$	$25.13 \times 10^{-3}$ m	$I_o$	$1.299 \times 10^{-5}$ kg · m <sup>2</sup>
$\kappa_h$	$39.92 \text{ m}^{-1}$	$P$	3.4759 N
$\ell$	$11.13 \times 10^{-2}$ m	$M$	$65.923 \times 10^{-3}$ N · m
(b) Case-2 (medium hub)			
$\rho$	14.34 g/m	$L$	1.0 m
$r$	$29.13 \times 10^{-3}$ m	$I_o$	$1.862 \times 10^{-5}$ kg · m <sup>2</sup>
$\kappa_h$	$34.42 \text{ m}^{-1}$	$P$	3.1257 N
$\ell$	$10.17 \times 10^{-2}$ m	$M$	$61.564 \times 10^{-3}$ N · m

(c) Case-3 (large hub)			
$\rho$	14.34 g/m	$L$	1.0 m
$r$	$33.13 \times 10^{-3}$ m	$I_o$	$2.673 \times 10^{-5}$ kg · m <sup>2</sup>
$\kappa_h$	$30.26 \text{ m}^{-1}$	$P$	2.8754 N
$\ell$	$11.47 \times 10^{-2}$ m	$M$	$58.689 \times 10^{-3}$ N · m

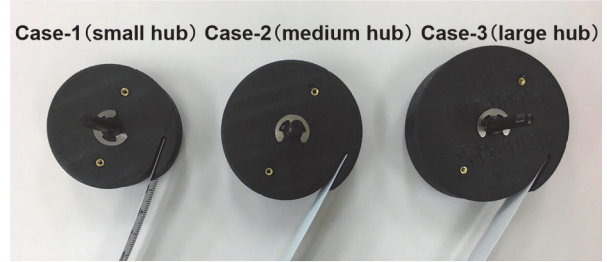


Fig.5 Hub

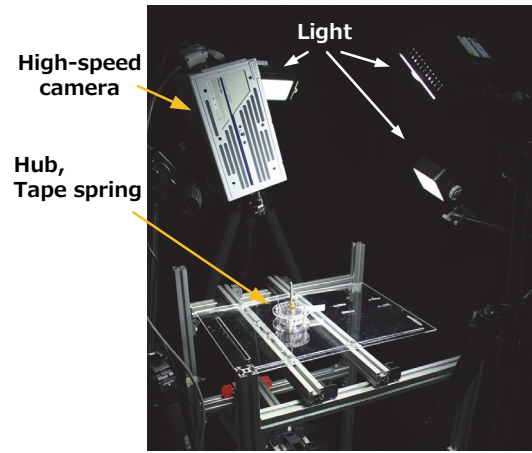


Fig.6 Experimental setup

この実験装置では, 8000fps の高速度カメラでノード全体を撮影し, ハブと共に回転するピンに付けられた特徴点の推移を画像から確認することで, 剥離した瞬間の時刻を求めた. 剥離前後のカメラ画像の例を Fig.7 に示す.

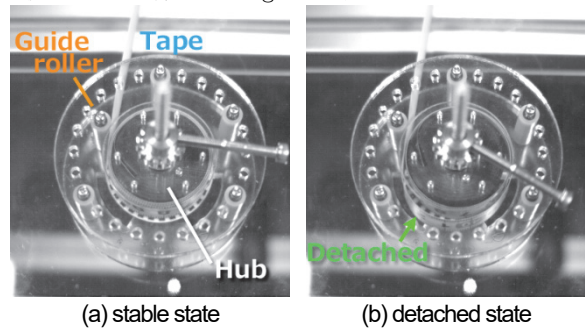


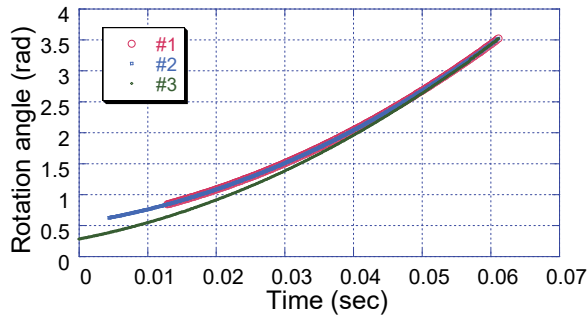
Fig.7 Detachment of tape from hub

実験は, ハブ半径が小さい場合 (Case-1) と中くらいの場合 (Case-2), 大きい場合 (Case-3) とも 3 回行った. それぞれの Case の  $\theta$  の時間変化を Fig.8 に示す. この図は初期条件のばらつきをキャンセルするために時間と角度が最終地点で一致するように調整しており, 全ての Case において, 剥離する直前の挙動が同様の推移を示していることから, 再現性の高い実験であったと言える.

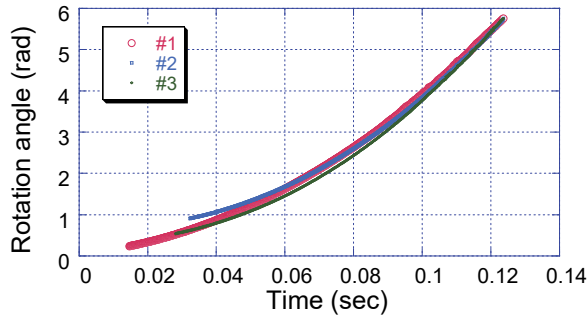
さて, 当初は  $F_r$  によるトルク以外の外乱トルクは無視できると考えていたが, Fig.8 の結果から伸展時の角加速度が予想以上に小さく, 外乱トルクは無視できないことが分かった. い



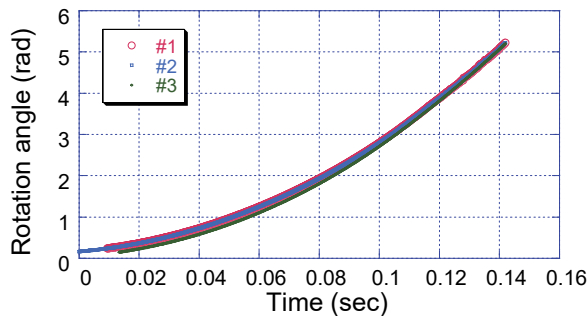
ま、この外乱トルク  $T_d^*$  が  $\omega$  に依存しないと仮定すると、 $T_d^* = F_{ro}r + T_d$  となる。この仮定の下でそれぞれの実験ケースにおける  $T_d^*$  を求めた結果が Table 3 である。もし、これらの値がガイドローラーとテープの間の摩擦力のみの影響だとすると、2[N]~3[N]の摩擦力がかかることになってしまい、非現実的である。そのため、ガイドローラーとテープとの間の摩擦力に加え、ハブと軸の間の摩擦トルク等、他の外乱トルクが作用していたと考えられる。そこで、実際の剥離角速度  $\omega_{cr}^{ex}$  と理論予測値  $\omega_{cr}$  が一致するために必要な  $T_{do}$  を求めてみた。こうして  $T_{do}$  を決定することで  $F_{ro}$  を決定できる。また、 $C_r$  と  $\theta_{cr}$  は Fig.8 から直接求めることができる。以上より、これら4つのパラメータの値を整理したのが Table 4 である。各実験ケースにおいて、 $\omega_{cr}^{ex}$  はほぼ一定であり、角速度がある値を超えると剥離するとする、非剥離条件 (C3) は定性的に妥当であることがわかる。



(a) Case-1 (small hub)



(b) Case-2 (medium hub)



(c) Case-3 (large hub)

Fig.8 Change of rotation angle

Table 3 Disturbance torque

Case-1		Case-2		Case-3	
No	$T_d^*$ [N·m]	No	$T_d^*$ [N·m]	No	$T_d^*$ [N·m]
1	$62.90 \times 10^{-3}$	1	$60.27 \times 10^{-3}$	1	$76.00 \times 10^{-3}$
2	$61.60 \times 10^{-3}$	2	$60.12 \times 10^{-3}$	2	$65.89 \times 10^{-3}$
3	$63.62 \times 10^{-3}$	3	$69.11 \times 10^{-3}$	3	$73.20 \times 10^{-3}$

Table 4 Experimental results

(a) Case-1 (small hub)

Item	#1	#2	#3
$F_{ro}$ [N]	0.7196	0.5940	0.7167
$T_{do}$ [ $\times 10^{-3}$ N·m]	44.872	46.723	45.665
$C_r$ [N·msec]	0	2.416	0
$\theta_{cr}$ [rad]	3.052	3.172	3.523
$\omega_{cr}^{ex}$ [rad/sec]	81.26	81.11	84.63

(b) Case-2 (medium hub)

Item	#1	#2	#3
$F_{ro}$ [N]	0.1338	0.2556	0.7427
$T_{do}$ [ $\times 10^{-3}$ N·m]	56.380	52.763	47.53
$C_r$ [N·msec]	9.655	7.701	1.675
$\theta_{cr}$ [rad]	5.755	5.038	5.409
$\omega_{cr}^{ex}$ [rad/sec]	82.90	86.41	92.10

(c) Case-3 (large hub)

Item	#1	#2	#3
$F_{ro}$ [N]	1.0112	0.2110	0.7427
$T_{do}$ [ $\times 10^{-3}$ N·m]	42.575	58.914	56.25
$C_r$ [N·msec]	0	13.520	8.213
$\theta_{cr}$ [rad]	5.125	5.223	5.277
$\omega_{cr}^{ex}$ [rad/sec]	66.54	62.63	65.11

## 5. 結論

本稿では以下の結論を得た。

- 1) 回転自由なハブに巻き付けられ、ガイドローラーにより直線状に伸展するコンバックステープについて、ハブからの剥離を考慮した運動方程式を導いた。
- 2) その運動方程式から、テープがハブから剥離しないための条件式 (4つの非剥離条件式) を導いた。
- 3) また、それぞれの非剥離条件式の物理的解釈を与えた。
- 4) ハブの角速度の上限を与える式の検証実験を行った。今後は実験にて外乱トルク  $T_{do}$  が大きくなった要因を考慮し、理論の定量的妥当性を確認する。

## 謝辞

本研究は文科省・科研費 15H04204 の補助を受けました。

## 参考文献

- [1] S. Nasir Adeli, and Vairros J. Lappas, Deployment System for the CubeSail nano-Solar Sail Mission, the 24th AIAA/USU Conference on Small Satellite, SSC10-VIII-3, 2010.
- [2] Patrick Harkness, Malcolm McRobb, Ross Milligan, and Craig Clark, Deployment Dynamics of AEOLDOS - An Aerodynamic End Of Life DeOrbit System for CubeSats, AIAA SPACE 2014 Conference and Exposition, AIAA 2014-4340, 2014.
- [3] Hiroshi Furuya, Yasutaka Satou, Hiraku Sakamoto, and Natori, M., Deployment Dynamics of Membrane-Boom Wrapped Structures, Proceedings of 65th International Astronautical Congress, IAC-14-C2.3.10, 2014.
- [4] 多田伸, 宮崎康行, コンバックステープを用いた膜面展開型デオービット機構の開発, 第 60 回宇宙科学技術連合講演会, JSASS-2016-4287, 2016 年.
- [5] 井上翔太, BCON ブームを用いた自己展開トラス構造の展開性評価, 平成 27 年度日本大学大学院理工学研究科航空宇宙工学専攻修理工論文, 2016 年.
- [6] Yasuyuki Miyazaki, Shota Inoue, and Akihiro Tamura, Analytical solution of the bending of a bi-convex boom, Mechanical Engineering Journal, Vol.2, No.6, Paper No.15-00465, 2015.