

# ソーラーセイル解析における集中質量近似の妥当性評価

## Validity Evaluation of Lumped Mass Approximation for Solar Sail Analysis

宮崎・山崎研究室

Miyazaki-Yamazaki Laboratory

柴山万優子

Mayuko Shibayama

The solar power sail IKAROS was launched in May, 2010 by JAXA, and the 14m-sized sail membrane was successfully deployed in June, 2011. Currently, JAXA is considering the next solar power sail OKEANOS, which is much larger than IKAROS. IKAROS and OKEANOS are gossamer structures characterized by large area and super lightweight. Because of those characteristics, it is difficult to conduct the ground experiments on structural dynamics, so numerical analysis is indispensable to predict the dynamic behavior of the structure in space. It is effective to employ the lumped mass approximation for the increase of the computation speed in the numerical analysis. However, such an approximation does not guarantee calculation accuracy. Therefore, this study focuses on the numerical accuracy of the lumped mass approximation for the solar power sail model. The natural vibration analysis of the sail in steady spin state is performed in the case of consistent mass and lumped mass, and the results in those cases are compared with each other. As a result, it becomes clear that the lumped mass approximation is valid.

### 1. 序論

#### 1.1. 研究背景

近年、宇宙構造物に求められる特徴の一つに、大面積かつ超軽量であることが挙げられる。この要求を満たすと期待されているのがゴッサマー宇宙構造物である。ゴッサマー宇宙構造物とは、ゴッサマー構造という、膜面やケーブル等、極めて柔軟で薄く軽量の部材から成る構造様式を用い、折り畳まれた状態で打ち上げ後、軌道上で展開する構造物である。その代表的な例がソーラーセイルであり、2010年5月にJAXAが小型ソーラー電力セイル実証機「IKAROS」を打ち上げ、世界で初めてソーラーセイルによる惑星間航行を成功させた。さらに、JAXAでは現在、Fig.1に示すような外惑星領域探査と宇宙航行のための特大凧型探査機「OKEANOS」が検討されている。この形状は、一辺約50mの正方形であり、一辺約14mであったIKAROSよりも大型なゴッサマー宇宙構造物である。

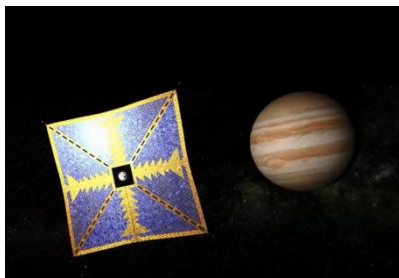


Fig.1 OKEANOS<sup>[1]</sup>

ゴッサマー構造の利点は、柔軟性・軽量性に優れていることであるが、それゆえに、大気や重力など外乱の影響を受けやすく地上での展開実験が困難である。そのため、挙動予測には数値計算が必要不可欠となる。実際、「IKAROS」において、エネルギー・モーメント法 (Energy-Momentum Method : EMM) を用いた数値計算が行われ、その有効性が示された<sup>[2]</sup>。現在検討中の「OKEANOS」はさらに大型で、計算処理に莫大な時間を必要とする。そこで、実機的设计・開発に対応するため、計算速度の向上が求められている。

#### 1.2. 研究目的

計算速度を向上させる手段として、Newton法の各収束計算において修正された接線剛性マトリクスを求めない反復解法がある。この場合、求めるべきものが質量マトリクスの逆行列のみであるため、計算時間が短縮される。加えて、集中質量近似を行うことで、質量マトリクスを対角マトリクスとし、計算時間の更なる短縮が可能である。一方、この集中質量マトリクスを用いた反復解法の課題として、収束性と計算精度が挙げられる。収束性については、時間ステップ幅を十分に小さくすることで、収束性が改善することが一般的に知られている。しかし、計算精度については、実際のソーラーセイルの解析において検証された例はない。

そこで、本研究では、ソーラーセイルを模擬したモデルで集中質量近似を行い解析した結果を、分布質量の場合と固有値解析により比較し、集中質量近似の妥当性を評価することを目的とする。

### 2. 数値解析モデル

#### 2.1. 形状

本研究で用いる数値解析モデルは、ソーラーセイル「IKAROS」および「OKEANOS」を模擬したものである。Fig. 2 (a) に「IKAROS」の形状を示す。主に、衛星本体 (直径 1.6m, 高さ 0.8 の円柱形状) と膜面 (4つの台形膜を組み合わせた 14m 四方の正方形膜)、ブリッジ (台形膜同士を結合する膜)、先端マス (外周の四隅に付けられた質量 0.5kg のおもり)、テザー (衛星本体と膜面を結合する中心テザーと膜面と先端マスを結合する先端テザー) から構成されている。拘束に関して、剛体は剛体拘束、ブリッジは線形拘束をそれぞれ受けている。展開は、Fig. 2 (b) に示す通り、スピンによる遠心力の下で、折り畳んだ膜面を手裏剣形状に伸展させる一次展開 (①⇒②) と、膜面の拘束を開放し正方形に広がる二次展開 (②⇒③⇒④) の2段階に分かれる。

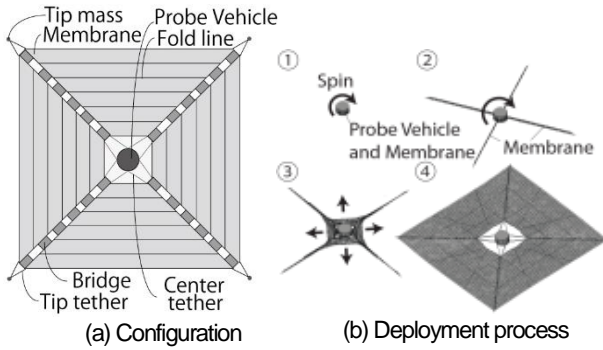


Fig. 2 IKAROS<sup>[3]</sup>

本研究での数値解析モデルをFig. 3に示す。衛星本体、膜面、先端マス、テザーを、それぞれ剛体要素、膜要素（三角形膜要素および四角形膜要素）、質点要素、ケーブル要素によってモデル化する。ただし、ブリッジは考慮しない。

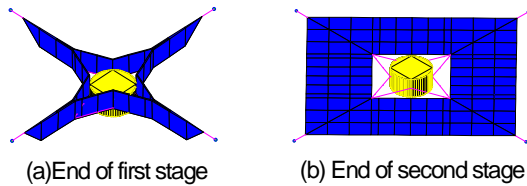


Fig. 3 Numerical analysis model

減衰には、応力速度比例型のモデルを導入する。また、一次展開後の定常状態、すなわち、二次展開の開始形状を求める際には、遠心力ポテンシャルを導入する。遠心力ポテンシャルとは、位置ベクトル  $\mathbf{r}$  で微分すると遠心力  $\mathbf{F}$  になるポテンシャル  $U$  である。物体が角速度  $\omega$  で回転している場合を式(1)に示す。

$$\mathbf{F} = -\left(\frac{\partial U}{\partial \mathbf{r}}\right)^T, \quad U = \iint -\frac{1}{2}\rho (x^2 + y^2) \omega^2 dA \quad (1)$$

各要素の数値パラメータを Table 1 にそれぞれ示す。

Table 1 Parameters of Numerical analysis model

Item	Value
Spacecraft main body	
質量	0.1 kg
直径	0.08 m
高さ	0.04 m
角速度	$6\pi$ rad/s
Membrane	
ヤング率	$3.0 \times 10^9$ Pa
密度	$1.25 \times 10^3$ kg/m <sup>3</sup>
厚さ	$1.25 \times 10^{-5}$ m
剛性低減係数	$1.0 \times 10^{-4}$
台形膜の上底の長さ	0.15 m
台形膜の下底の長さ	0.4 m
折り数	3
二次展開での減衰係数	$1.0 \times 10^{-7}$ sec
Tip mass	
質量	0.01 kg
半径	0.005 m

Tether	
ヤング率	$100 \times 10^9$ Pa
密度	$1.813 \times 10^3$ kg/m <sup>3</sup>
剛性低減係数	$1.0 \times 10^{-6}$
断面積	$7.854 \times 10^{-9}$ m <sup>2</sup>
中心テザーの長さ	$8.28 \times 10^{-2}$ m
先端テザーの長さ	0.03 m
二次展開での減衰係数	$1.0 \times 10^{-7}$ sec

## 2.2. 質量マトリクス

質量マトリクスには、分布質量 (Consistent Mass) マトリクスと集中質量 (Lumped Mass) マトリクスの二種類がある。本研究では、分布質量の場合には分布質量マトリクス、集中質量の場合には集中質量マトリクスを用いる。分布質量マトリクスは、仮想仕事の原理に表される慣性力の項を離散化して得られ、集中質量マトリクス  $\mathbf{M}$  は、要素の質量  $m$  を要素の節点に等分して得られる。式(2)に3節点3角形要素の例を示す。

$$\mathbf{M} = \frac{m}{3} \mathbf{I}_{9 \times 9} \quad (2)$$

## 3. 数値解析手法

計算条件を Table 2 に示す。

Table 2 Analysis condition

時間ステップ幅	$1.0 \times 10^{-6}$ s
Newton 反復における収束半径	$1.0 \times 10^{-15}$ m

### 3.1. EMM

運動方程式の解法には、EMMを用いる。EMMとは、ダランベール・ラグランジュ方程式を修正した運動方程式を与え、エネルギー・運動量・角運動量原理を満たす。すなわち、全エネルギーの増加は非保存力による仕事、運動量・角運動量の増加は外力による力積・角力積とそれぞれ等しく、システムに外力が作用しなければ全エネルギー・運動量・角運動量が保存される<sup>[4]</sup>。

### 3.2. 運動減衰法

二次展開開始時の形状を求める際には、収束性を向上させるため、運動減衰法を用いる。これは、動解析において動的平衡解を得るための解析手法であり、具体的な手順は次の通りである<sup>[5]</sup>。(1) 減衰を0として過渡応答解析を行う。(2) 系の運動エネルギーが極大となった時、全節点を持つ速度ベクトルの値を0とする。(3) (2)の系の運動エネルギーが極大となった時の変位ベクトルを初期値として、(1)の過渡応答解析を再度行う。(4) 準定常スピン状態の解となるまで、(1)-(3)のステップを繰り返す。以上の手順により効率的に系を減衰させ、短時間で解を得ることができる。

### 3.3. 固有値解析

3.2 節に示した運動減衰法により二次展開開始時の状態を求めた後、二次展開の計算を行うことで、適切な二次展開後の定常スピン状態を得ることができる。この状態で、分布質量、集中質量それぞれの場合で固有値解析を行う。それらの結果を比較することで、集中質量近似でも分布質量の場合とほぼ同等の解が得られ、集中質量近似が妥当であること示す。一般に、(準)定常状態まわりの微小運動は、質量マトリクスを  $\mathbf{M}$ 、接線減

衰マトリクスを  $C$ 、接線剛性マトリクスを  $K$  として、以下の運動方程式で記述される。

$$M\ddot{\mathbf{x}}(t) + C\dot{\mathbf{x}}(t) + K\mathbf{x}(t) = \mathbf{0} \quad (3)$$

ただし、 $\mathbf{x}(t)$  は微小変位ベクトル ( $n$  次元とする) であり、 $C$  には膜面の応力速度比例型減衰に加えて、剛体の疑似減衰も含まれることとなる。式(3)は2階微分項、1階微分項、不微分項から成り、そのままでは固有値解析ができないため、以下に示す工夫を行う<sup>6)</sup>。式(3)に自明の式(4)を加え、自由度が  $2n$  の1階微分方程式(5)をつくる。

$$M\dot{\mathbf{x}}(t) - M\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{0} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} C & M \\ M & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \ddot{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & -M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}(t) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (5)$$

式(5)は次のように書き直せる。

$$D\mathbf{y}(t) + E\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}(t) \quad (6)$$

この場合、固有値問題は、固有値  $\lambda$ 、固有ベクトル  $\mathbf{y}$  として

$$(\lambda D + E)\mathbf{y} = \mathbf{0} \quad (7)$$

となる。このとき、固有値と固有ベクトルは、 $n$  組の互いに共役な複素解として得られる。具体的に、固有値  $\lambda$  は

$$\lambda = -\sigma \pm j\Omega \quad (8)$$

と表現される。ここで、 $\lambda$  の実部は構造の安定性を示す。すなわち、実部が正の時に運動は減衰、負の時には発散する。虚部は減衰固有角振動数である。また、固有ベクトル  $\mathbf{y}$  は

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \phi \\ \lambda\phi \end{bmatrix} \quad (9)$$

と表現され、上半分の部分ベクトルが変位固有モード、下半分はその時間微分である速度固有モードとなる。

以下では、分布質量の場合と集中質量の場合とでモード (固有ベクトル) の類似性を評価するが、それにはモード信頼性基準 (Modal Assurance Criterion: MAC) を用いる。MAC は、あるベクトル  $\varphi$  と  $\hat{\varphi}$  とがどれくらい似ているのかの指標であり、次式で定義される。

$$MAC \equiv \frac{(\varphi^T \hat{\varphi})^2}{(\varphi^T \varphi)(\hat{\varphi}^T \hat{\varphi})} \quad (10)$$

MAC の値が 1 に近いほど、 $\varphi$  と  $\hat{\varphi}$  が一致していると判断できる<sup>7)</sup>。

## 4. 結果

### 4.1. 運動減衰法による一次展開終了状態の比較

運動減衰法により一次展開終了状態を求める際の系の力学的エネルギー変化を、分布質量と集中質量とで比較した。エネルギー変化を Fig. 4 に、 $t = 5.0$  [s] における収束値を Table 3 にそれぞれ示す (遠心力ポテンシャルを導入しているため、力学的エネルギーは負となっている)。

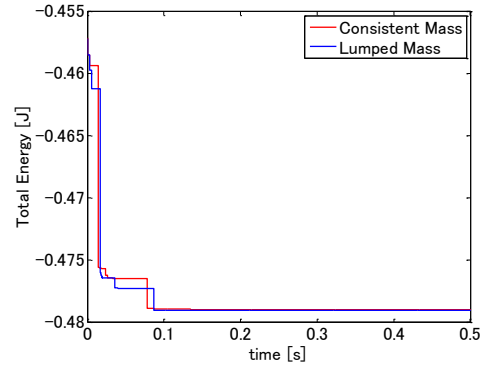


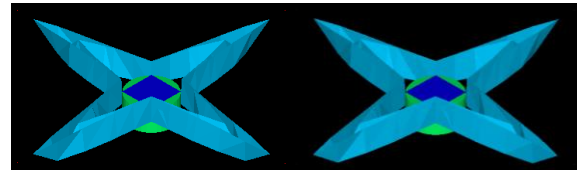
Fig. 4 Dynamic relaxation

Table 3 Comparison of energy ( $t = 0.5$  s)

Consistent Mass	$-4.7895641 \times 10^{-1}$ J
Lumped Mass	$-4.7903805 \times 10^{-1}$ J

Table 3 より、一次展開終了時の相対誤差 (分布質量の場合に対する集中質量の場合の差の比) は 0.0170% と極めて小さく、変化の仕方に差異はあるものの、集中質量でも分布質量の場合と同等の一次展開終了状態が得られたといえる。

さらに、Fig. 5 に一次展開終了時の形状を分布質量、集中質量それぞれの場合で示す。



(a) Consistent Mass

(b) Lumped Mass

Fig. 5 Shape at the end of first stage

Fig. 5 より、両者の形状はほぼ等しいといえ、一次展開終了状態が同等であることが確認できる。

### 4.2. 二次展開終了状態の比較

#### 4.2.1 力学的エネルギー変化

二次展開での系の力学的エネルギー変化を、分布質量と集中質量とで比較した。応力速度比例型減衰を導入しているため、力学的エネルギーは減少してゆくが、どちらの場合も準定常状態に達し、エネルギーはある値に収束する。エネルギー変化を Fig. 6 に、 $t = 1.5$  [s] における収束値を Table 4 にそれぞれ示す。

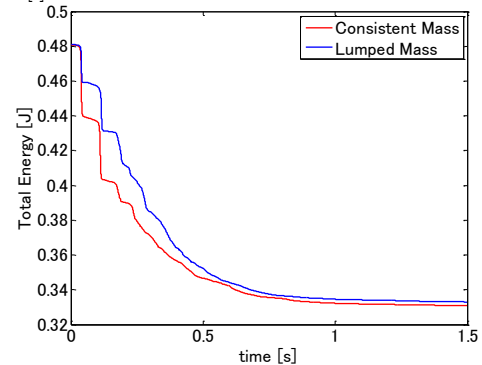


Fig. 6 Second stage deployment

Table 4 Comparison of energy ( $t = 1.5$  s)

Consistent Mass	$3.3091791 \times 10^{-1}$ J
Lumped Mass	$3.3297766 \times 10^{-1}$ J

この結果をみてみると、一次展開終了時よりも、収束値の差が大きい。そこで、次節で固有値解析を行い、詳しく比較する。

#### 4.3. 固有値解析

3.3 節の方法で固有値解析を行った。モデル化誤差により、分布質量、集中質量でモードがずれている可能性がある。そこで、最初に分布質量のモードと集中質量のモード、全てのモードのペアにおける MAC を計算し、値が大きい順に低次のモードからモードの対応を決定した。決定したモードペアについて、分布質量のモードに対する MAC の値を Fig. 7 に示す。

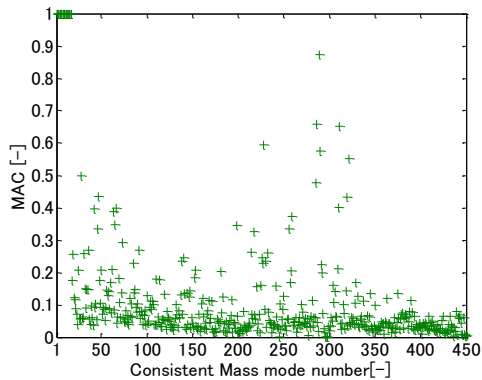


Fig. 7 MAC (folding = 3)

34 次のモードまでは MAC が 1 すなわち、固有ベクトルが一致していた。しかし、35 次以降では MAC の値が急激に小さくなっている。これは、減衰の影響であると考えられ、今後詳細に検討していく。

決定したモード対応に基づき、分布質量、集中質量それぞれの場合において、固有振動数を比較した結果を Fig. 8 に示す。

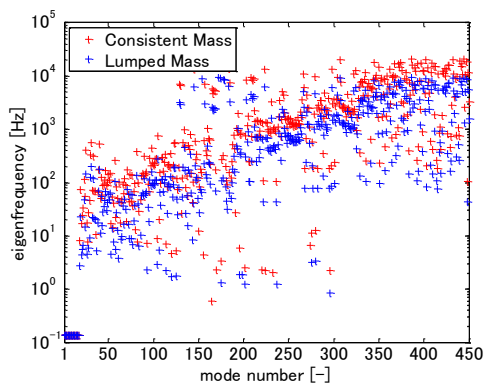


Fig. 8 Eigen frequency (folding = 3)

固有振動数は 34 次のモードまで同じであった。35 次以降は、値が一致しないが、各モードに対して似た分布を示す。差の最大は 386 次のとき約 72300 Hz である。また、固有振動数は集中質量の場合の方が低くなる傾向がある。したがって、低次のモードにおいて、固有値ベクトルと固有振動数が一致し、高次のモードにおいても対応関係を示すことから、得られる運動は同等であり、集中質量近似は妥当であるといえる。

#### 4.4. 折り数による影響

折り数すなわち、要素の大きさによる影響を考えるため、Table 1 に示した折り数を 1 に変更したモデルで同様の解析を行った。MAC を計算し、決定したモード対応に基づき分布質

量、集中質量それぞれの場合の固有振動数を比較した結果を Fig. 9 に示す。

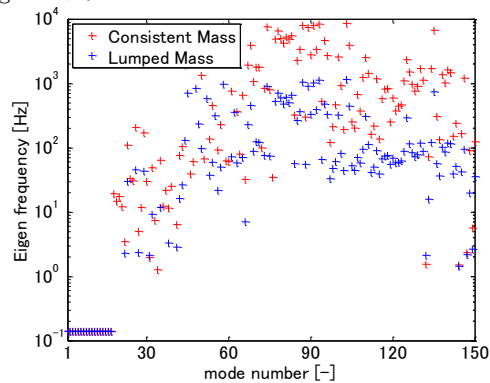


Fig. 9 Eigen frequency (folding = 1)

定常状態において、34 次のモードまでは固有振動数が一致しており、Fig. 8 と同様な結果が得られた。したがって、要素が大きくても集中質量近似は妥当であるといえる。

#### 5. 結論

本研究では、以下の結論を得た。

- 集中質量近似を行うことで、計算時間の短縮を図った。
- 運動減衰法を用いて、一次展開終了状態を得た。
- 剛体の疑似減衰を考慮した運動方程式を導いた。
- 固有値解析を行い、ソーラーセイル解析における集中質量近似の妥当性を示した。

今後は、解析モデルにブリッジを組み込むことで、モデル化精度を向上させると同時に、ブリッジの形状が全体の挙動に与える影響について明らかにしていく。

#### 謝辞

本研究は、文科省・科研費 15H04204 による補助を受けて行われました

#### 参考文献

- [1] 森治, ソーラー電力セイル 準備チーム, ソーラー電力セイル 探査機による外惑星領域の直接探査, 第 17 回宇宙科学シンポジウム 講演集, SA6000060030, S5-015, 2017 年
- [2] 奥泉信克, 白澤洋次, 宮崎康行, 森治, 小型ソーラー電力実証機 IKAROS の薄膜セイル展開挙動, 日本マイクロ重力応用学会誌, Vol.29, pp48-55, 2012 年
- [3] 宮崎康行, ゴッサマー宇宙構造物の展開解析手法, 第 58 回理論応用力学講演会, 2G15, 2009 年
- [4] Miyazaki, Y. and Kodama, T., "Formulation and interpretation of the equation of motion on the basis of the energy-momentum method," Journal of Multi-Body Dynamics, Vol. 218, No. 1, pp. 1-7, 2004
- [5] 柏宗孝, 小野田淳次, 動的緩和法による膜構造物のしわ解析, 一般社団法人 日本膜構造協会 膜構造研究論文集, 6, 2006 年
- [6] 大熊政明, 多自由度系の基礎, 2006 年  
[http://www.mech.titech.ac.jp/~dosekkei/kuma/material\\_lectures/ucee\\_sy/multidof.pdf](http://www.mech.titech.ac.jp/~dosekkei/kuma/material_lectures/ucee_sy/multidof.pdf) (2018.1)
- [7] 宮崎康行, 振動工学 線形振動の基礎, 日本大学理工学部航空宇宙工学科, pp14-7, 2016 年