

スターシェードの形状が高コントラスト撮像に与える影響

Effect of Shape of Starshade on High-Contrast Imaging

宮崎・山崎研究室

Miyazaki-Yamazaki Laboratory

設楽 翔一

Shoichi Shitara

There has been proposed the Starshade that enables direct observation of exoplanet orbiting around the host star by arranging membrane called occulter of several tens of meters radius between the space telescope and the star so that it blocks the light from the stars to the telescope. This paper derives the electric field of the diffracted light when the occulter blocks the light of the star, and calculates the optimal shape of the occulter to minimize the contrast. The shape of the occulter is like a flower petal, and the optimal shape and the contrast at the pupil plane are obtained by assuming the number of the petals.

1. 序論

1.1. 研究背景

これまで太陽系外惑星は主にトランジット法などの間接法によって発見されてきた^[1]。しかし、惑星の詳細な情報を得るためには惑星そのものを直接観測することが必要である。太陽系外惑星の直接観測にはいくつかの問題があり、そのうちの1つにコントラスト差が挙げられる。惑星は恒星に比べて非常に暗く、そのコントラスト差は10桁に及ぶ。そのため太陽系外惑星を宇宙望遠鏡で直接観測するとしても恒星の光に障害されて、観測が困難になってしまう。この問題の解決策としてコロナグラフとスターシェードが挙げられる。コロナグラフとは宇宙望遠鏡自体に恒星の光を遮る光学系が搭載されており、これによって惑星の観測を可能にするもので、これまでTPF-C^[2]などが提案されてきた (Fig. 1(a))。それに対してスターシェードは宇宙望遠鏡とは別にオカルタと呼ばれる数十 m 級の膜面を望遠鏡と恒星の間に配置し、これが恒星からの光を遮断することで惑星の観測を可能にするシステムであり、これまで Exo-S^[3]などが提案されてきた (Fig. 1(b))。スターシェードはコロナグラフに比べて、遮光システムを宇宙望遠鏡内に搭載する必要がないため、望遠鏡内の散乱光を低減することができ、それによって観測条件が緩和される。また、望遠鏡に依存しないシステムであるため、どの望遠鏡にも適用が可能である。



Fig. 1 (a) TPF-C (b) Exo-S

現在提案されているスターシェードの形状の1つに花卉型の形状がある。オカルタを円形形状にすると、ホイヘンス=フレネルの原理から中央にアラゴスポット (またはポアソンスポット) と呼ばれる輝点が生じてしまう。これを避けるために縁に向けて徐々に透過率を変えるアポダイズマスクの適用が考えられてきた。しかし、このように徐々に透過率を変えていくことは材料・技術的に難しいため、透過・非透過のバイナリマスクでアポダイズマスクを実現しようとした結果、現在の花卉型形状に至っている。

1.2. 本研究の目的

著者らの研究室ではバイコンベックスプームを自己伸展部材とした自己展開トラスの研究を行っている。この自己展開トラスは優れた軽量性・収納性・展開性を有し、大型宇宙構造物に適しているが、具体的な大型宇宙構造物に適用するための構築方法に関する研究は未だ発展途上である。また現在提案されているスターシェードの構築法は複雑で、折り畳まれた構造物を高い信頼度で展開することを保証するのは容易ではない。その点、自己展開構造は展開時にアクチュエータを必要としないため、展開方式が簡素である。以上の点から著者らは自己展開トラスを用いたスターシェードの構築を目指している。著者らの研究室で検討中の自己展開トラスの例を Fig. 2 に示す。

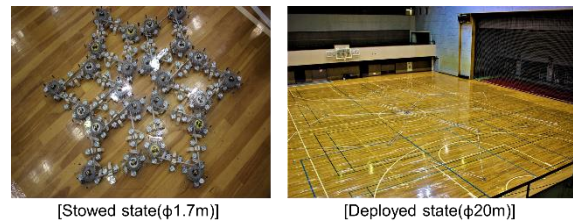


Fig. 2 Self-deployable truss

自己展開構造を用いたスターシェードの構築に向けて、著者らは任意の形状データを与えることでコントラストを計算できるようにすることを目標としている。その前段階として、現在提案されている理想的な対称形状についての計算を行う。本稿ではオカルタによって恒星の光を遮蔽した際の回折光の電場を導出し、最適化されたアポダイゼーション関数を用いてペタル数を変化させたときのオカルタの形状と瞳面でのコントラストを示す。また、実際の自己展開構造の適用を見据えて、直線形状の場合のコントラストを求める。

2. 理論

2.1. 回折光の電場導出

光の強さ (振幅) は電場で表現されるので、この節では、オカルタによる回折光が望遠鏡の瞳面に入射する際の電場を計算する。ここでオカルタの透過率を $A(r)$ とし、1 のときは非透過、0 のときは透過とする。オカルタへの入射波を振幅 E_0 の平面波とすると、回折光の電場は

$$\begin{aligned} E_{o,apod}(\rho) / E_0 e^{2\pi iz/\lambda} \\ = 1 - \frac{2\pi}{i\lambda z} \int_0^R e^{\frac{\pi i}{\lambda z}(r^2+\rho^2)} J_0\left(\frac{2\pi r\rho}{\lambda z}\right) A(r) r dr \end{aligned} \quad (1)$$

と表される⁴⁾。ただし、 (r, θ) はオカルタ面での極座標系、 (ρ, ϕ) は瞳面での極座標系であり、オカルタ面を原点にとり、瞳面に対して z 軸をとる。また、光の波長を λ 、オカルタの最大半径を R 、 J_0 を 0 次のベッセル関数とする。

式(1)から回折光の電場は透過率の半径方向変化によって変わることが分かる。ここで、円の縁にかけて透過率を変えることをアポダイゼーションと呼び、 $A(r)$ をアポダイゼーション関数と呼ぶ。また光の強度は電場の絶対値の 2 乗で表される。コントラストとは光の強度比であり、オカルタによって遮蔽されている場合と遮蔽されていない場合の瞳面でのコントラストは次の式で表される。

$$\text{Contrast} = \frac{|E_{o,apod}(\rho)|^2}{|E_0 e^{2\pi iz/\lambda}|^2} \quad (2)$$

よって瞳面 (ρ, ϕ) でのオカルタによる回折光のコントラストは $z, \lambda, R, A(r)$ を与えることで求めることができる。

2.2. アポダイゼーション関数

瞳面で十分なコントラストを達成するためには最適なアポダイゼーション関数を求めればよい。すなわち、以下の最適化問題を解くことでアポダイゼーション関数を求める⁵⁾。

$$\begin{aligned} \min: & \gamma \\ \text{sub. to:} & \begin{cases} -\gamma \leq \text{Re}\left[E_{o,apod}(\rho) / E_0 e^{2\pi iz/\lambda}\right] \leq \gamma \\ -\gamma \leq \text{Im}\left[E_{o,apod}(\rho) / E_0 e^{2\pi iz/\lambda}\right] \leq \gamma \\ \text{for } \rho \in [0, \rho_{\text{dark}}], \lambda \in [\lambda_{\text{min}}, \lambda_{\text{max}}] \\ A'(r) \leq 0 \\ -d \leq A''(r) \leq d \\ \text{for } r \in [0, R] \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

$\lambda_{\text{min}}, \lambda_{\text{max}}$ はそれぞれ最適化の対象とする波長の下限、上限であり、 ρ_{dark} は暗領域の半径である。暗領域とは高コントラストを達成したい領域である（一般に、コントラストが 10^{-10} よりも小さければ観測ができるといわれている）。また d は平滑条件の閾値である。上記の最適化問題において変数は抑制レベル γ と $A(r)$ であり、 γ を上記の制約の下で最小化した際の $A(r)$ を求める。これにより $\text{Contrast} \leq 2\gamma^2$ とすることができる。なお、式(3)の最適化問題は代数モデリング言語である AMPL を用いて解いた⁵⁾。

2.3. ペタライズマスク

式(1)は、円形のオカルタにおいて、透過率をアポダイゼーション関数 $A(r)$ に応じて変化させることを意味している。しかし、膜材料の透過率を変化させることは難しい。そこで、以下では、膜材料の透過率自体を変化させるのではなく、膜材料自体の透過率は 1 であるとして、オカルタの形状を円ではなく、オカルタの縁の曲線が花卉のような対称性を有すると仮定する。また、1 つの花弁をペタルと呼ぶこととし、ペタルの数を N とする。このように N 個のペタルで遮蔽する（ペタライズ

マスク）場合、ペタライズマスクの非透過となる点の集合 S は次式で表される⁶⁾(Fig. 3)。

$$\begin{aligned} S = \{(r, \theta), 0 \leq r \leq R, \theta \in \Theta(r)\} \\ \Theta(r) = \bigcup_{n=0}^{N-1} \left[\frac{2\pi n}{N} - \frac{\pi}{N} A(r), \frac{2\pi n}{N} + \frac{\pi}{N} A(r) \right] \end{aligned} \quad (4)$$

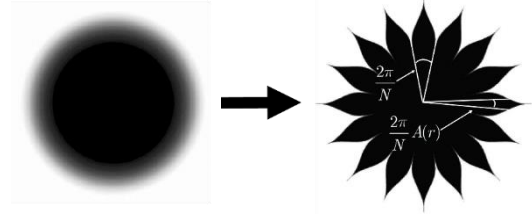


Fig. 3 Apodized mask(Left) and petalized mask(Right)

つまり円形膜であれば、1 つのペタルの角度幅は $2\pi / N$ であるはずのところを、 $A(r)$ に応じて $2\pi A(r) / N$ とすることで、透過率の半径方向変化を模擬する。このとき瞳面での電場は

$$\begin{aligned} E_{o,petal}(\rho, \phi) / E_0 e^{2\pi iz/\lambda} \\ = 1 - \frac{2\pi}{i\lambda z} \int_0^R e^{\frac{\pi i}{\lambda z}(r^2+\rho^2)} J_0\left(\frac{2\pi r\rho}{\lambda z}\right) A(r) r dr \\ - \sum_{j=1}^{\infty} \left\{ \frac{2\pi(-1)^j}{i\lambda z} \times 2 \cos\left[jN\left(\phi - \frac{\pi}{2}\right)\right] \right. \\ \left. \times \left[\int_0^R e^{\frac{\pi i}{\lambda z}(r^2+\rho^2)} J_{jN}\left(\frac{2\pi r\rho}{\lambda z}\right) \times \frac{\sin(j\pi A(r))}{j\pi} r dr \right] \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

と表される⁴⁾。よってペタライズマスクの場合の瞳面でのコントラストは次式となる。

$$\text{Contrast} = \frac{|E_{o,petal}(\rho, \phi)|^2}{|E_0 e^{2\pi iz/\lambda}|^2} \quad (6)$$

3. 形状による影響

3.1. アポダイズマスクの場合

式(3)から求めたアポダイゼーション関数 $A(r)$ と、その $A(r)$ を用いた際の瞳面でのコントラストを Fig. 4 に示す。ただし、右側のコントラスト図において、白の実線で示される円は暗領域の外周円である。式(3)における各定数は Table 1 に示す値を用いた。

Table 1 Optimized parameter

Parameter	Value
Separation distance, z	72000 km
Occluder maximum radius, R	25 m
Occluder radius discretization	4000
Lower wavelength, λ_{min}	300 nm
Upper wavelength, λ_{max}	1100 nm
Dark region radius, ρ_{dark}	3 m
Pupil plane maximum radius, ρ_{max}	25 m
Pupil radius discretization	150
Smoothness, d	0.044

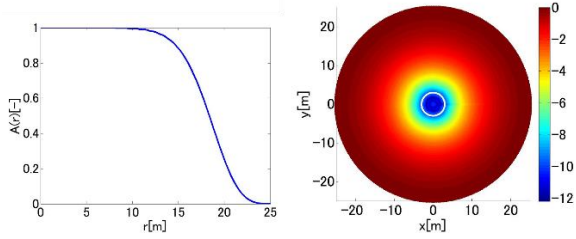


Fig. 4 Optimized apodization function (Left) and contrast at pupil plane(Right)

Fig.4の左図を見ると、 $A(r)$ が半径方向に対して徐々に小さくなっており、Fig.4の右図を見ると、暗領域内のコントラストが 10^{-10} 以下になっていることが分かる。

3.2. ペタル数による影響

前節ではアポダイズマスクの場合のコントラストを示したが、実際には2.3節に紹介したペタライズマスクを用いることとなる。その際、ペタル数がいくつであれば所望のコントラストが得られるのかを知りたい。そこで、この節ではペタル数がコントラストに与える影響を調べる。コントラストの計算には最適化問題から求めた $A(r)$ を用いることとする。まず、ペタル数と暗領域の平均コントラストの関係をFig.5に示す。

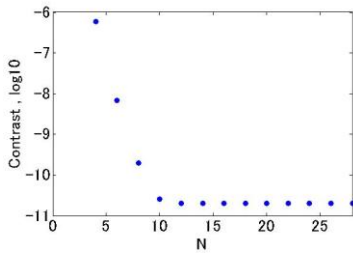


Fig. 5 Mean contrast across dark region with different petalizations

Fig.5を見るとペタル数が10を超えると暗領域での平均コントラストは 10^{-10} を超え、12以上になるとほぼ一定となる。各ペタル数のときの形状と瞳面でのコントラストをFig.6からFig.8に示す。ただし、それぞれの図の右側のコントラスト図において、白の実線で示される円は暗領域の外周円である。

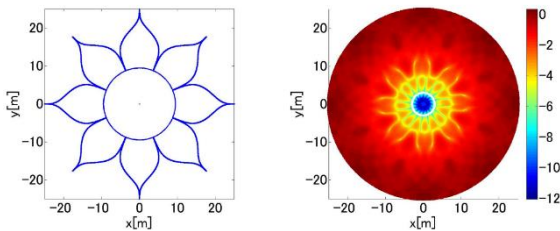


Fig. 6 Shape of occulter of 8 petals(Left) and contrast at pupil plane(Right)

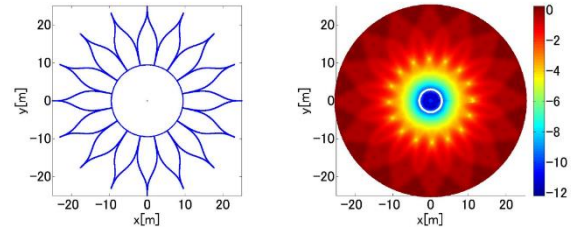


Fig. 7 Shape of occulter of 16 petals(Left) and contrast at pupil plane(Right)

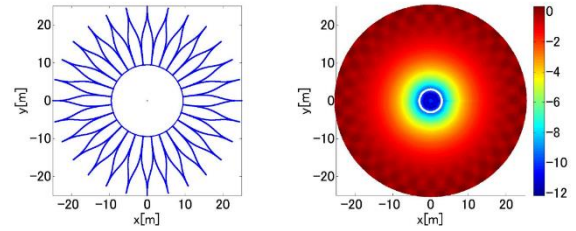


Fig. 8 Shape of occulter of 28 petals(Left) and contrast at pupil plane(Right)

最適形状において、ペタル数16として、波長を400nm, 700nm, 1000nmと変化させた際の瞳面でのコントラストを計算する。

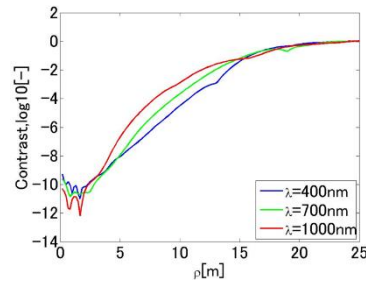


Fig. 9 Contrast at pupil plane in wavelengths

Fig.9から最適化した $A(r)$ を用いると、どの波長においても暗領域内のコントラストはおよそ 10^{-10} を満たしていることが分かる。

3.3. 直線形状の場合

実際に自己展開トラスの適用を考えると、形状を直線的にする必要がある。そこで、オカルタ形状を直線的であると仮定し、そこから逆算して $A(r)$ を求める。直線形状は最適形状との差が最も小さくなる場合を選んだ。最適形状と直線形状、それぞれの $A(r)$ と1ペタルの形状の比較をFig.10に、直線形状の場合の瞳面でのコントラストをFig.11に示す。ただし、ペタル数は16、波長は1000nmで計算を行う。

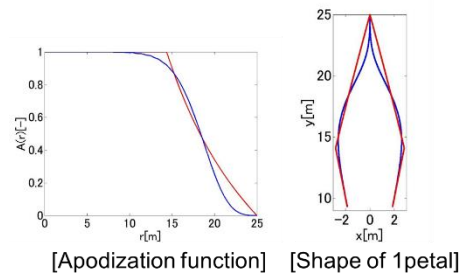


Fig. 10 Comparison between optimized(blue) and linearized(red)

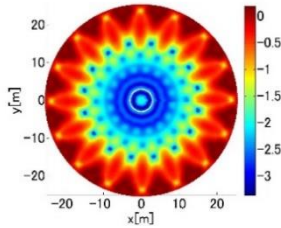


Fig. 11 Contrast at pupil plane of linearized shape

このように直線形状にした場合、暗領域におけるコントラストは著しく悪化していることが分かる。

次にペタルの先端部分($r = 22 \sim 25$ m)のみを直線形状にし、他の部分を最適形状にした。その際の $A(r)$ とオカルタ形状の比較を Fig. 12 に、瞳面でのコントラストと平均コントラストを Fig. 13 に示す。

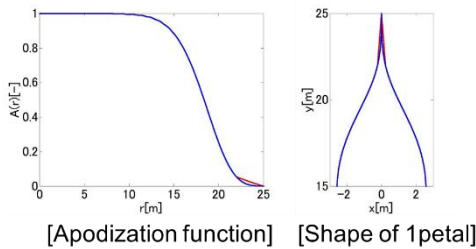


Fig. 12 Comparison between optimized(blue) and tip-linearized(red)

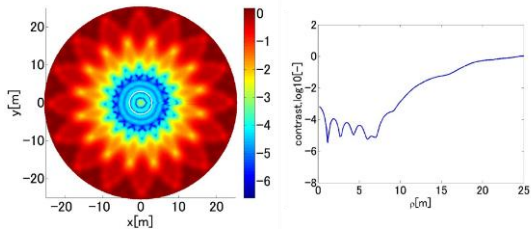


Fig. 13 Contrast at pupil plane(Left) and mean contrast of tip-linearized shape(Right)

次にペタルの根元部分($r = 11 \sim 14$ m)のみを直線形状にし、他の部分を最適形状にした。その際の $A(r)$ とオカルタ形状の比較を Fig. 14 に、瞳面でのコントラストと平均コントラストを Fig. 15 に示す。

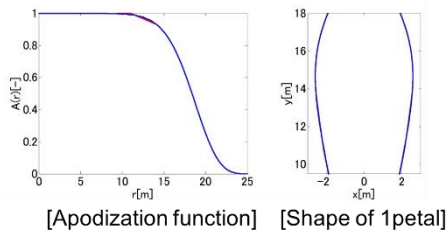


Fig. 14 Comparison between optimized(blue) and root-linearized(red)



Fig. 15 Contrast at pupil plane(Left) and mean contrast of root-linearized shape(Right)

それぞれの場合の暗領域における平均コントラストを Table 2 に示す。

Table 2 Mean contrast across dark region(log scale)

Tip-linearized	Root-linearized
-4.2212	-4.2775

Table 2 から暗領域のコントラストは 10^{-10} には及ばず、一部分であっても最適形状から少しでもずれると、コントラストは著しく悪化してしまうことがわかった。

4. 結論

一般に、望遠鏡の瞳面におけるコントラストが 10^{-10} 以下であれば系外惑星の観測は可能と言われており、そのためには、望遠鏡の開口面、またはそれ以上の半径の領域(暗領域)のコントラストが 10^{-10} 以下であればよい。そこで、本稿では、スターシェードシステムにおいて暗領域のコントラストを最小化するオカルタの形状の決定方法を紹介し、最適化計算によって得られた、上記の条件を満たすオカルタの形状の例を示した。また自己展開トラスの適用を見据え、直線形状の場合のコントラストを求めたが、所望のコントラストには及ばないことがわかった。よってペタルの縁の曲線については高い精度を実現可能な別の部材を用いて形状を模擬し、自己展開トラスは中央の遮蔽円やペタルの支持部材としての利用を検討していく。

今後は製造・展開誤差、オカルタの傾きなどを含めた任意の形状データを与えた場合の、瞳面でのコントラストを計算できるようにし、どの程度の誤差であらう必要コントラストを保てるのかを調べ、その値をもとにスターシェードの設計に取り組んでいく予定である。

謝辞

本研究は科研費 17H01349 の補助を受けて行われました。

参考文献

- [1] 浦川聖太郎, トランジット法による系外惑星探索, 日本惑星科学会誌 Vol.16.No.1, pp58-60, 2007 年.
- [2] Marie Levine, Doug Lisman, Stuart Shaklan, Terrestrial Planet Finder – Coronagraph (TPF-C) Flight Baseline Mission Concept, <https://arxiv.org/abs/0911.3200>, 2009
- [3] NASA, Exo-S : Starshade Probe-Class Exoplanet Direct Imaging Mission Concept, <https://exoplanets.nasa.gov/exep/about/exos/>, 2015.
- [4] Robert J. Vanderbei, Eric Cady, N. Jeremy Kasdin, Optimal occulter design for finding extrasolar planets, The Astrophysical Journal, 665:794Y798, pp.795-796, 2007.
- [5] Robert J. Vanderbei, Eliminating Poisson’s Spot with Linear Programming, Operations Research and Cyber-Infrastructure. Springer, p.8, p.11, 2009.
- [6] Dan Sirbu, “Occulter-Based High-Contrast Exoplanet Imaging: Design, Scaling, and Performance Verification”, <https://search.proquest.com/docview/1640769387?pqorigsite=gscholar>, p.37, 2014.