

# パラメトリックモデルを用いた超小型無人飛行機のシステム同定 System Identification of Micro Air Vehicle with Parametric Models

指導教授 宮崎 康行

M8006 草野 準之介

## 1. 序論

近年の MEMS 技術の発達により、センサや演算装置の小型高性能化が進んだ。それに伴い Micro Air Vehicle :MAV の研究・開発が盛んに行われている。主に軍事利用が目的とされているが送電線の監視や農薬の空中散布など民間利用も期待されている。

現在、実用化された MAV は単機で単一のミッションに特化している。今後は単機で複数のミッションをこなす多機能性や複数機によるミッションを行う高性能化と、単純なミッションをより容易に行うラジコン飛行機の自律化などによる廉価な MAV へ移行していくことが考えられる。

そのどちらにおいても MAV の機能で最も重要なものは姿勢の安定化である。自律飛行中に安定を失い墜落することはあってはならない。機体の特性を解析し、シミュレーションを繰り返し、制御系を設計するためにはモデルベースの制御系設計が望まれる。制御モデルは運動方程式などの第一法則に基づいて構築するが、支配する物理パラメータを取得する難易度は様々である。MAV では特に流体力学に基づく空力係数を測定、推定することが容易ではない。それらの値は風洞実験や数値流体力学で取得していくが正確な値を得るには専門的な知識と施設を利用する費用・長時間の実験が必要となる。高性能機であれば十分利用できる可能性もあるが、廉価な MAV は実現までのコスト、開発期間はなるべく抑えるためには最低限の実験が望まれる。また、それらの実験結果は汎用性が低く、別の機体のモデル化では同様の実験を再度行わなければならない。

高精度かつ高次元なモデルは綿密な実験を行えば実現できるが、機体サイズから機材選択の自由度が少ない MAV では高性能な演算装置を用いることは難しく、必要十分な精度を低次元なモデルで実現することが求められている。

## 2. 目的

既存の機体をモデル化する際には機体設計に用いたパラメータを十分に得られないことも多く、汎用性の高い容易な実験で制御モデルを構築できることも望まれている。

MAV の制御モデルへの要求は次の 3 点と考えた。

- ▶ 高精度かつ低次元
- ▶ 短時間かつ低コスト
- ▶ 実験データの取得が容易

アクチュエータの入力値とセンサ出力値を基に統計的にモデルを構築するシステム同定であれば、それらの要求を満たすことができると考えた。

そこで、本研究の目的を「MAV のシステム同定による制御モデルの構築」とする。

## 3. システム同定理論

動的な離散線形時不変システムは入力を  $u(k)$ 、出力を  $y(k)$ 、平均値が 0 で有限な分散  $\sigma_w^2$  を持つ白色雑音とするとシステムの一般表現は次式となる。

$$y(k) = G(q)u(k) + H(q)w(k) \quad (1)$$

ここで、 $G(q)$  は離散時間 LTI システムの伝達関数であり、 $H(q)$  は雑音モデルである。 $G(q)$ 、 $H(q)$  はそれぞれ

$$G(q) = \sum_{k=1}^{\infty} g(k)q^{-k}, H(q) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} h(k)q^{-k} \quad (2)$$

で与えられる。ただし、 $q$  は次式で定義されるシフトオペレータである

$$q^{-1}u(k) = u(k-1) \quad (3)$$

通常、システムは(2)式のように無限個のパラメータで構成される。この  $G(q)$ 、 $H(q)$  を有限個パラメータの多項式で表現したモデルをパラメトリックモデルと呼ぶ。

### 3.1. 予測誤差法

システムにおいて時刻  $(k-1)$  までに観測された入出力データに基づく出力  $y(k)$  の一段先予測値  $\hat{y}(k|\theta)$  を次式で定義する。

$$\hat{y}(k|\theta) = [1 - H^{-1}(q, \theta)]y(k) + H^{-1}(q, \theta)G(q, \theta)u(k) \quad (4)$$

ここで、 $\theta$  はシステムを記述するパラメータにより構成されるベクトルである。

一段先予測値と時刻  $(k)$  で採集された実際の出力  $y(k)$  の差を予測誤差と定義する。

$$\varepsilon(k, \theta) = y(k) - y(k|\theta) \quad (5)$$

その大きさを測る関数

$$l(k, \theta, \varepsilon(k, \theta)) \quad (6)$$

を導入し、同定のための評価規範として

$$J(N) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N l(k, \theta, \varepsilon(k, \theta)) \quad (7)$$

を用いる。予測誤差法は観測された入出力データをある意味で最も良く記述出来る未知パラメータベクトル  $\theta$  を推定する評価規範の最小化問題に帰着する。

### 3.2. ARX モデル

パラメトリックモデルは様々なモデル表現があるが、今回はもっとも単純でパラメータの推定が容易な ARX モデルを用いた。同定実験に求められる条件はすべてのモデルで共通で、得られた結果を元に複雑なモデルに対応できると考えた。次の差分方程式で示されるモデルを ARX モデルと呼ぶ。

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_{n_a} y(k-n_a) = b_0 u(k-1) + \dots + b_{n_b} u(k-n_b) + w(k) \quad (8)$$

パラメータベクトル  $\theta$  と過去の入出力からなるデータベクトル  $\varphi$  をそれぞれ次式で定義する。

$$\theta = [a_1 \ \dots \ a_{n_a} \ b_1 \ \dots \ b_{n_b}]^T \quad (9)$$

$$\boldsymbol{\varphi} = [-y(k-1) \ \cdots \ -y(k-n_a) \ u(k-1) \ \cdots \ u(k-n_b)]^T \quad (10)$$

(10),(11)を用いて出力  $y(k)$  は次式で表現できる.

$$y(k) = \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\varphi} + w(k) \quad (11)$$

また, 二つの多項式

$$A(q) = 1 + a_1 q^{-1} + \cdots + a_{n_a} q^{-n_a}, B(q) = b_1 q^{-1} + \cdots + b_{n_b} q^{-n_b} \quad (12)$$

を用いて(9)式を表現すると

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + w(k) \quad (13)$$

となる.

ARX モデルの伝達関数, 雑音モデルは(14)から

$$G(q) = \frac{B(q)}{A(q)}, H(q) = \frac{1}{A(q)} \quad (14)$$

一段先予測値は

$$\begin{aligned} \hat{y}(k|\boldsymbol{\theta}) &= B(q)u(k) + [1 - A(q)]y(k) \\ &= \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\varphi}(k) \end{aligned} \quad (15)$$

で与えられ, 予測誤差は

$$\boldsymbol{\varepsilon}(k, \boldsymbol{\theta}) = y(k) - \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\varphi}(k) \quad (16)$$

となる.

(18)に最小二乗法を適応すれば予測誤差の大きさとそれに基づく評価規範は次で与えられる.

$$l(k, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varepsilon}(k, \boldsymbol{\theta})) = \boldsymbol{\varepsilon}^2(k, \boldsymbol{\theta}) \quad (17)$$

$$J_N(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \{y(k) - \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\varphi}(k)\}^2 \quad (18)$$

(20)を最小とするパラメータベクトルの推定値  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  は

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \left\{ \sum_{k=1}^N \boldsymbol{\varphi}(k) \boldsymbol{\varphi}(k)^T \right\}^{-1} \left\{ \sum_{k=1}^N y(k) \boldsymbol{\varphi}(k)^T \right\} \quad (19)$$

から計算される.

## 4. 実験

### 4.1. 実験装置



Fig. 1 実験機外観

市販の WindRider 社製 Mini Bee の機体(Fig.1)に自作制御基板を搭載している. 基板やセンサの搭載スペース, 翼端板を改造した. 3 軸加速度, 3 軸角速度, 3 軸磁気を取得する 3D モーションセンサ, 対気速度を測定するフローセンサ, および GPS が搭載されている. 演算装置は dsPIC30F4011 を用いている. 得られたセンサデータを無線送信機(Xbee)により地上局 PC に送信し, PC でデータを保存する. 機体諸元を Table.1 に, システムダイアグラムを Fig.2 にそれぞれ示す. アクチュエータはサーボモータにより制御されるエレボンと推力用にモータが搭載されている. エレボンは舵面を同方向

に動かせばエレベータ. 異なる方向に動かせばエルロンとして機能する.

Table. 1 機体諸元

全長[m]	0.422
翼幅[m]	0.864
重量[kg]	0.320
翼面積[m <sup>2</sup> ]	0.157
機速[m/s]	10
空力平均翼弦長[m]	0.217
空力平均翼弦位置[m]	0.123
重心位置[m]	0.152
翼型	RSB15 (Windrider社オリジナル)
後退角[deg]	30
アスペクト比[-]	4.77

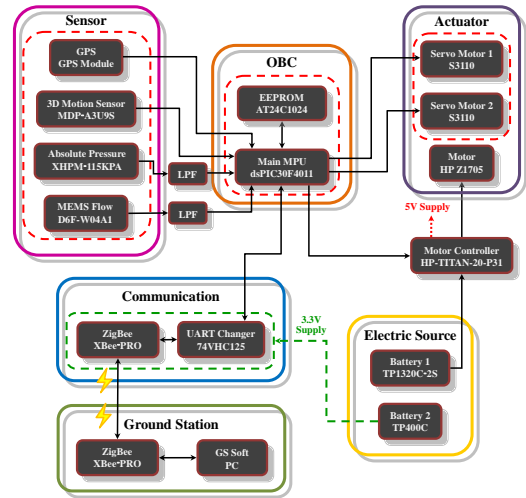


Fig. 2 システムダイアグラム

### 4.2. 実験条件

#### 4.2.1. 入力信号

システム同定に用いる入力の周波数特性はシステムの持つ全てのモードを励起することが望ましい. 理想的な同定入力白色雑音だが物理的に実現できないため, 擬似白色二値信号である M 系列信号を用いた. この二値信号の 0 と 1 を定常飛行からの舵角差またはモータの出力差に対応させ, 入力信号とした.

M 系列信号の周期はシフトレジスタの個数により次式から決まる.

$$T = 2^n - 1 \quad (20)$$

予備実験の結果からシフトレジスタの個数  $n$  を 6 とし, 今回の実験では 63 ステップで 1 周期となる. 取得データは出来る限り多いことが望ましいので, エレボンはそれぞれ 2 周期, モータは 3 周期分を入力とした.

#### 4.2.2. 出力信号

機体に取り付けられた 3D モーションセンサのデータを出力信号として用いる. モータへの入力時は X 軸加速度, エルロンへの入力時はロール角速度. エレベータへの入力時はピッチ角速度をそれぞれ取得した.

センサデータは 10[bit]のデジタルデータで出力され, 換算式を用いて物理量へ変換する. システム同定においては物理量である必要がなく, 整数値の方が扱いやすいため, 今回の解析では物理量への換算は行わず, bit データのまま取り扱った.

サンプリング周期は予備実験の結果からサーボの応答に十分な時間として 0.1[sec]を用いた。

### 4.2.3. 実験場所

ARX モデルではシステムに加わる雑音は白色雑音であると仮定しているが実験ではシステムに加わる外乱は可能な限り除去すべきである。機速が 10m/s 付近の MAV では風の影響を受けやすく、今回はそれを無視するため秋田県の大館樹海ドームで実験を行った。

風は常に変化をし続けるものであり、同定実験時と運用時で、その影響の違いを仮定することは難しい。事前に機体の特性だけを同定し、風の影響は今後行う実験で検討を行うとした。

## 5. 解析

### 5.1. モデル構築

暫定的にモデル次数を  $n_a=10, n_b=1$  とした同定結果を Fig.3 に記す。全てのアクチュエータに対してモデルを構築することができる。

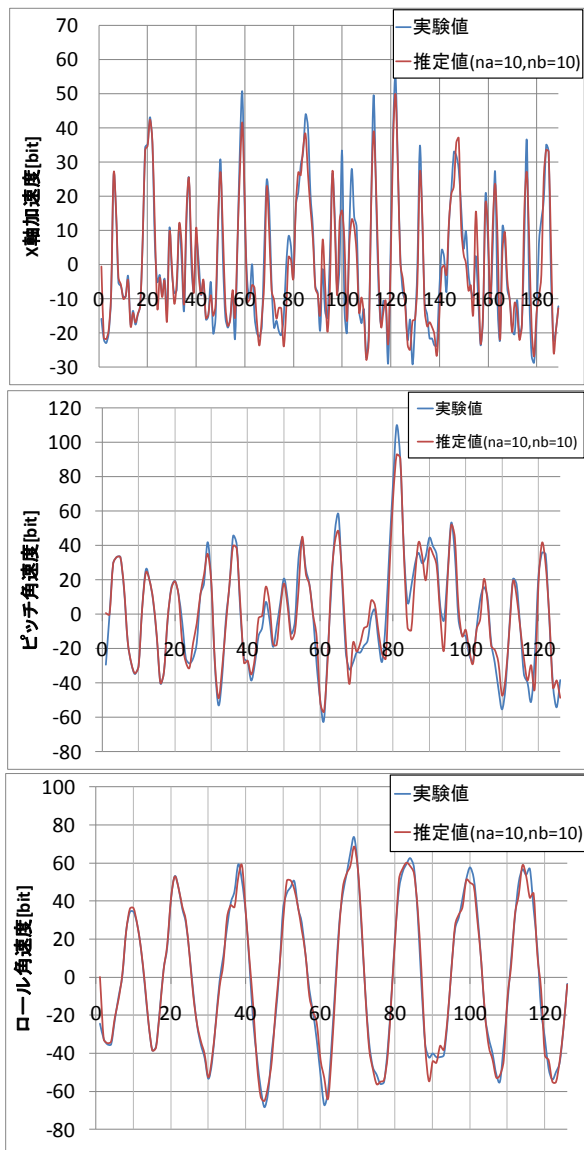


Fig.3 実験値と推定値の比較

(上)X 軸加速度(中)ピッチ角速度(下)ロール角速度

取得した全てのデータで同様な結果が得られ、MAV サイズの無尾翼機で M 系列を入力としたパラメトリックモデルのシステム同定は可能である。1 回の実験時間は 20[sec]以下で、計算時間は次数をそれぞれ 1 次から 10 次まで変化させ 100 パターンを計算しても 90[sec]程度であり、短時間の実験と数値計算でからモデル化ができた。

### 5.2. 検証用実験データとの比較

最終的にモデルパラメータの推定値がバイアスのない不偏推定量になるには次の 3 つの条件が必要である。

- 適切な同定方法が用いられている
- システムを表記する多項式の次数が正しく選定されている。
- プラントと外乱のモデル構造が正しく選定されている

真のシステムの構造が未知であるため、モデル次数は評価規範により、モデル構造の評価は残差の検定により行った。検証用データはモデルを構築した実験結果ではなく、同じ入出力で取得した別実験の値を用いた。

紙面の都合上、以降はエレベータの入力のみを記述する。

#### 5.2.1. 次数の選定

有限データからモデルを構築した場合、高次モデルを用いれば実験データとの適合性は向上する。しかし、実装の観点からモデルは低次元であることが望ましく、高次モデルでは雑音による影響もモデルとしてフィッティングしてしまい、汎用性を失ったモデルになってしまう。そのため次数をベナルティとし、客観的にモデルを評価する赤池情報量基準 AIC を用いた。

AIC は最大尤度  $L$  とパラメータ次数  $k$  を用いて

$$AIC = -2\ln L + 2k \quad (21)$$

で与えられる。AIC は値の最も小さなモデルを最適とする。残差が白色と仮定した ARX モデルにおける AIC は次式のように簡単化される。

$$AIC = \log\left(\frac{2k}{N} \times J_N(\theta)\right) \quad (22)$$

$A(q)$ ,  $B(q)$  の次数をそれぞれ 1 次から 50 次まで変化させ、AIC における最適なモデルを検討した結果、AIC を最小とする時数は  $n_a=2, n_b=2$  となった。最適次数における実験値と推定値の比較を Fig.4 に示す。

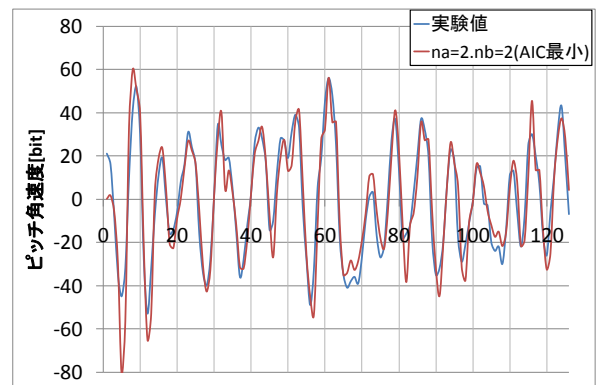


Fig.4 最適モデルによる推定値と実験値の比較

5 ステップ目付近で実験値では -40[bit] 程度の信号が推定値では -80[bit] と最も誤差が大きいが、これは入出力データがモデルに加わる前であること、推定値の初期値は 0 であることから予測値を得られていないものと考えられる。それ以外の

箇所では大きな差は見られず、次数が総計 4 と非常に低次モデルでありながら、大きな傾向で推定は行えている。

### 5.2.2. 残差の白色検定

ARX モデルで外乱は白色雑音のみと仮定している。モデル構造が ARX モデルで十分表現できれば(18)式で定義した予測誤差  $\varepsilon(k)$  は漸近的に白色雑音になる。検証用の実験値との予測誤差を用いて、平均値を除いたものを改めて  $\varepsilon(k)$  とする。

$$\gamma(i) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^N \varepsilon(k) \varepsilon(k-i) \quad (23)$$

から

$$\gamma_N(i) = \frac{\gamma(i)}{\gamma(0)} \quad (24)$$

を求める。正規分布の仮説検定の有意水準 3% を信頼区間とした次式を満たせば残差は白色性を満たす。

$$\begin{cases} \gamma_N(0) = 1 \\ |\gamma_N(i)| = \frac{2.17}{\sqrt{N}}, \quad i \geq 1 \end{cases} \quad (25)$$

$i=20$  まで計算しグラフ化したものを Fig.5 に示す。赤線で挟まれた区間が今回の信頼区間である。

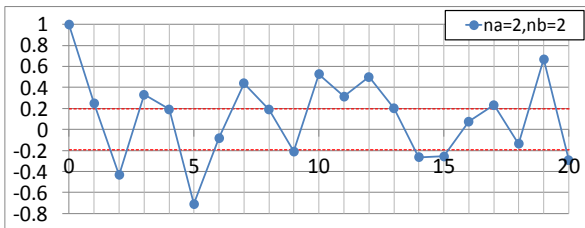


Fig.5 残差の白色性検定結果

信頼区間内に入っていない  $\gamma_N(i)$  が確認できるため残差は前後に相関性があり白色雑音ではないと言える。今回の実験では風のない環境で実験を行ったため、残差に相関性が残った原因は連成などの他の運動からの影響、実験開始時の初期状態の差、実験時間の不足が考えられる。

得られた推定値にはバイアスが残っており不偏推定値に到達していない。白色化フィルタを用いて ARMAX モデルや ARARX モデルで同定を行えば精度の向上が期待できる。これらのモデルは雑音に関する多項式を導入するため、現状の次数より高次になり、高精度な結果を得られたとしても搭載されている計算機の性能も考慮しながらモデル化を行わなければならない。

### 5.3. 連成の確認

今回は運動の連成はしないとの仮定で一入力一出力系を用いた。実際にアクチュエータの入力とその他の運動の連成がなければモデル化はできないはずである。エレベータを入力した時の進行方向加速度、ロール角速度の同定結果を Fig.6 に示す。連成の影響が小さければ無視できるが本来の同定結果の Fig.3 との出力の最大スケール比が約 50% であり、未知の外乱として扱うには大きく、可能な限り連成を考慮したモデル化を行うべきである。前述の残差に相関が残った原因も連成によるものが含まれていると考えられる。多入力多出力系の同定も入力信号や、サンプリング周期は同様で、M 系列をすべてのアクチュエータすべてに入力した同定実験を再度行うことで対応することは十分に可能と考えている。

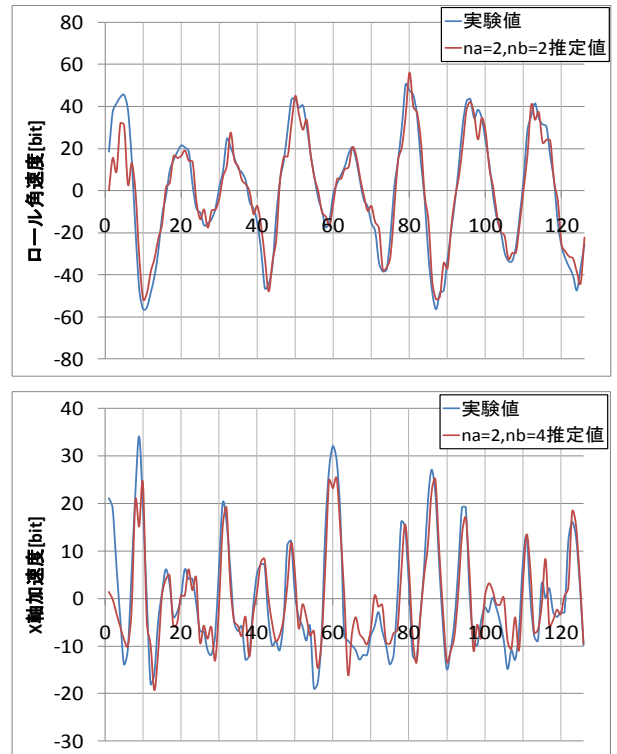


Fig.6 エレベータ入力時の連成運動モデル (上)ロール角速度(下)X 軸加速度

## 6. 結論

本研究のまとめは以下のとおりである。

- M 系列信号を入力とした同定実験を行い、ARX モデルを仮定し同定を行った。
- 取得したデータから構築したモデルで他の実験にも対応することができるモデルが構築できた。
- エレベータの入力では総次数 4 次のモデルが AIC において最適となった。
- 実験、数値計算にかかる時間、コストを非常に小さくモデル化が可能である。
- ただし、仮定した ARX モデルでは残差の白色性が十分でないことが分かった。
- また、運動の連成が大きく、一入力一出力表現では他の出力への影響が抑えきれないことが分かった。

今後の課題として

- より汎用性のある実験方法として、風のある屋外での同定実験の立案
  - 多入力多出力系での同定実験、解析に基づく、連成を考慮したモデルの構築
  - 制御方法も含め、計算コストが必要最低限のモデル構造の検討
- があげられる。

## 7. 参考文献

- [1] 足立修一：MATLAB による制御のためのシステム同定，東京電機大学出版局，1996.
- [2] 足立修一：ユーザのためのシステム同定理論，計測自動制御学会，1993.
- [3] 中溝高好：信号解析とシステム同定，コロナ社，1988.
- [4] 片山徹：システム同定入門，朝倉書店，1994.