

1. 緒言

1.1. 本研究の背景

ゴッサマー構造とはケーブルや薄い膜を用いた構造物であり、軽量かつ柔軟という特性を持っている。そのため、大規模構造物を軽量で構築することや、非常に小体積まで収納することが可能である。この軽量性や収納効率から、打ち上げ時の重量や容積に制限のある宇宙構造物への応用が期待されており、現在、大型アンテナ、ソーラーセイル、発電システムなどの大型宇宙構造物をゴッサマー構造で実現するための研究開発が盛んに行われている。

近年では大型通信アンテナを搭載した ETS-VIII(JAXA, 2006)、インフレーターブルアンテナの実験を行った Spartan207(NASA,1996)などが実際に打ち上がっている。また、現在進行中のプロジェクトとして JAXA が計画中の小型ソーラーセイル IKAROS や大型アンテナを利用した電波天文衛星 ASTRO-G などがある。日本大学でもインフレーターブルチューブによる三角形膜の展開を目的とした超小型人工衛星 SPROUT が開発中である。

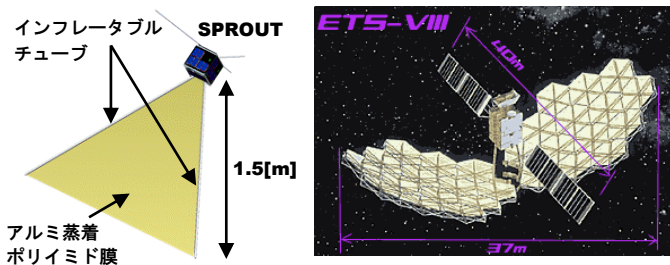


図 1.1 柔軟付属物を有する衛星の例

しかし、これらの研究開発や過去の宇宙実証例から以下の様な問題点が指摘されている。

- ① 運動を表現するための数学モデルが複雑で計算コストが膨大となる点。
- ② 重力や大気の影響を受けやすく、地上実験において軌道上での運動を再現することが困難な点。
- ③ 圧縮応力が掛かると簡単に座屈してしまうため運動が非線形となり構造物の状態を把握することが困難である点。

以上の問題を解決し、構造設計や制御系設計、管理維持方法などを含むゴッサマー宇宙構造物の設計プロセスを確立することが現在の大きな課題であると言える。

ETS-VIII などではゴッサマー構造物ほどではないが比較的柔軟な大型構造物を使用しており、ゴッサマー構造物と同様の問題を抱えている。これらの大型構造物の付属した衛

星では拘束モードモデルを用いることにより問題の解決を図っている。拘束モードモデルとは部分構造合成法の一つであり、次のような利点がある。

- ① 部分構造ごとの低次元化が可能である。
- ② 振動実験などで得られたデータをモデルに組み込むことができる。
- ③ 軌道上で得られた同定結果を拘束モードモデルで表現し直すことで部分構造ごとの特性パラメータ（固有振動数、モードベクトル、減衰比）を把握することができ、軌道上実験データからモデル化の妥当性を検証できる。

拘束モードモデルは任意の部分のモデル低次元化が可能なのでゴッサマー構造物に適用できれば、ケーブルや膜など圧縮応力によって簡単に座屈が発生し圧縮剛性が微小となる非線形部材とそれを支える梁や板などの剛性の変化しない線形部材を別々に低次元化することができる。また、全体での地上実験が困難なゴッサマー構造物を実験可能な部分構造に分割して実験を行いその結果を合成したモデルを構築することも可能になる。さらに、軌道上同定結果から部分構造ごとの特性パラメータが得られれば、ゴッサマー構造物のモデル化の妥当性を軌道上実験データから検証することができる。ゴッサマー構造物は地上実験でのモデル化の妥当性を検証することが困難なため軌道上実験データの利用は信頼性の向上に非常に有益であると考えられる。

ETS-VIII ではケーブルメッシュ部分の運動は全体の運動にほとんど影響を及ぼさないとして、非線形部分を無視して拘束モードモデルを構築していたが、SPROUT では膜面を保持するインフレーターブルチューブも非常に柔軟であり膜面の非線形性が全体の運動に大きな影響を及ぼすと考えられる。また、宇宙構造物の大型化が進むにつれ、ゴッサマー構造の非線形性を無視できない構造物は今後増加すると予測される。そのため、非線形性の強いゴッサマー構造物に拘束モードモデルが適用できるか検証し、妥当性の評価と問題点の抽出を行うことが今求められている。

1.2. 本研究の目的

1.1 節の状況を踏まえ、本研究は次の二つを目的とする。

- 拘束モードモデルを用いたゴッサマー構造のモデル低次元化手法の提案
- 拘束モードモデルを用いたゴッサマー構造のモデル低次元化手法の妥当性の評価、問題点の抽出

2. 拘束モードモデルによる低次元化法

本章では拘束モードモデルの導出理論について紹介する。拘束モードモデルとは図 2.1 に示すようにある領域で結合された構造物の変位を結合領域が拘束されているとして表現した変位と結合領域の弾性変形による変位の重ね合わせで表現しようという考え方である。

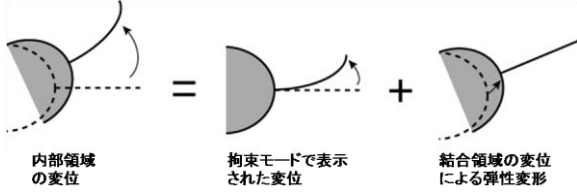


図 2.1 拘束モードモデルの概念図

まず、図 2.2 のような b の領域を結合領域として分系 1 と分系 2 で構成された構造物があるとする。ここで、全系の運動方程式は(2.1)式、分系 1,2 の運動方程式は (2.2)式で表現される。

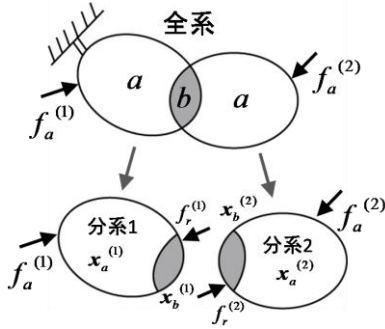


図 2.2 解析対称の系

$$\begin{bmatrix} M_{aa}^{(1)} & M_{ab}^{(1)} & 0 \\ M_{ba}^{(1)} & M_{bb}^{(1)} + M_{bb}^{(2)} & M_{ba}^{(2)} \\ 0 & M_{ab}^{(2)} & M_{aa}^{(2)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_a^{(1)} \\ \ddot{x}_b \\ \ddot{x}_a^{(2)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{aa}^{(1)} & K_{ab}^{(1)} & 0 \\ K_{ba}^{(1)} & K_{bb}^{(1)} + K_{bb}^{(2)} & K_{ba}^{(2)} \\ 0 & K_{ab}^{(2)} & K_{aa}^{(2)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_a^{(1)} \\ x_b \\ x_a^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_a^{(1)} \\ 0 \\ f_a^{(2)} \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

$$\begin{bmatrix} M_{aa}^{(i)} & M_{ab}^{(i)} \\ M_{ba}^{(i)} & M_{bb}^{(i)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_a^{(i)} \\ \ddot{x}_b^{(i)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{aa}^{(i)} & K_{ab}^{(i)} \\ K_{ba}^{(i)} & K_{bb}^{(i)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_a^{(i)} \\ x_b^{(i)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_a^{(i)} \\ f_b^{(i)} \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

次に図 2.2 の結合領域 b を固定端に拘束していると仮定する。すなわち、 $x_b=0$ とすると分系 1,2 の内部領域 a の運動方程式は(2.3)式ようになる。

$$M_{aa}^{(i)} \ddot{x}_a^{(i)} + K_{aa}^{(i)} x_a^{(i)} = 0 \quad (2.3)$$

(2.3)式からそれぞれの分系の拘束モードを求める。拘束モードを並べてできるモードマトリックス Φ を用いると内部領域 a の変位 $x_a^{(i)}$ を(2.4)式のようにモード座標 $\xi^{(i)}$ で表現できる。

$$x_a^{(i)} = \Phi^{(i)} \xi^{(i)} \quad (2.4)$$

実際には結合領域 b は拘束されていないので内部領域 a の変位は(2.4)式の結果に結合領域 b の変位の影響を加えたものとなる。この際、主に低次の振動を扱うものとして、結合領域 b の変位が及ぼす影響は静的な弾性変形と同じであると仮定する。よって、(2.2)式の慣性項と外力を除外すると弾性変形による内部領域 a の変位 $x_a^{(i)}$ と結合領域 b の変位 $x_b^{(i)}$ の関係が(2.5)式のように定められる。

$$\begin{bmatrix} K_{aa}^{(i)} & K_{ab}^{(i)} \\ K_{ba}^{(i)} & K_{bb}^{(i)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_a^{(i)} \\ x_b^{(i)} \end{Bmatrix} = 0 \quad (2.5)$$

この式を $x_a^{(i)}$ について解くと(2.6)式が得られる。

$$x_a^{(i)} = -K_{aa}^{(i)-1} K_{ab}^{(i)} x_b^{(i)} \quad (2.6)$$

以上から、分系 i の内部領域 a の変位 $x_a^{(i)}$ は(2.4)式と(2.6)式の変位を重ね合わせた(2.7)式で表すことができる。

$$x_a^{(i)} = \Phi^{(i)} \xi^{(i)} + T^{(i)} x_b^{(i)} \quad (2.7)$$

(2.7)式を(2.1)式の変位ベクトルに対応させて並べて書き直すと(2.8)式ようになる。

$$\begin{Bmatrix} x_a^{(1)} \\ x_b \\ x_a^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi^{(1)} & T^{(1)} & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & T^{(2)} & \Phi^{(2)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi^{(1)} \\ x_b \\ \xi^{(2)} \end{Bmatrix} \quad (2.8)$$

(2.9)式のように置くと、(2.10)式のように表せる。

$$T = \begin{bmatrix} \Phi^{(1)} & T^{(1)} & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & T^{(2)} & \Phi^{(2)} \end{bmatrix}, \quad y = \begin{Bmatrix} \xi^{(1)} \\ x_b \\ \xi^{(2)} \end{Bmatrix} \quad (2.9)$$

$$\begin{Bmatrix} x_a^{(1)} \\ x_b \\ x_a^{(2)} \end{Bmatrix} = Ty \quad (2.10)$$

(2.10)式を(2.1)式に代入して前から T^T を掛けると拘束モードモデルで表された運動方程式(2.11)式が得られる。

$$M \ddot{y} + Ky = f \quad (2.11)$$

ただし、

$$M = T^T \begin{bmatrix} M_{aa}^{(1)} & M_{ab}^{(1)} & 0 \\ M_{ba}^{(1)} & M_{bb}^{(1)} + M_{bb}^{(2)} & M_{ba}^{(2)} \\ 0 & M_{ab}^{(2)} & M_{aa}^{(2)} \end{bmatrix} T \quad (2.12)$$

$$K = T^T \begin{bmatrix} K_{aa}^{(1)} & K_{ab}^{(1)} & 0 \\ K_{ba}^{(1)} & K_{bb}^{(1)} + K_{bb}^{(2)} & K_{ba}^{(2)} \\ 0 & K_{ab}^{(2)} & K_{aa}^{(2)} \end{bmatrix} T \quad (2.13)$$

$$f = T^T \begin{Bmatrix} f_a^{(1)} \\ 0 \\ f_a^{(2)} \end{Bmatrix} \quad (2.14)$$

拘束モードモデルでは採用するモード座標を何次モードまで採用するか選択することによって低次元化を行う。この際、採用しなかったモードの運動は無視されることになる。他にも結合領域の変位は弾性変形のみを仮定しているので高次の振動は無視されている。

以上のように拘束モードモデルでは次元、結合領域共に自由に選べるので任意の部分構造を低次元化できる。また、振動実験の結果からモードマトリクス Φ や剛性マトリクス K を決定することにより、実験データをモデルに取り入れることが可能となる。

3. 数値計算によるモデル低次元化の検証

3.1. 解析モデル

本研究では図 3.1.1 のような解析モデルを用いてモデル低次元化を行った。この解析モデルは上部の構造が剛性の変化しない線形な部分構造(圧縮剛性と引張剛性が同値)であり、下部が圧縮剛性の微少な非線形の部分構造である。この解析モデルは ETS-VIII の大型アンテナや SPROUT の展開膜面など線形部材に支えられているゴッサマー構造物を仮定している。よって、線形部材と非線形部材の結合点である右端の質点は拘束モードモデルを導出する際に必ず結合点として利用する。

線形モデルであれば最初に拘束モードモデルを計算しておけば同じ変換行列 T が使用でき剛性マトリクスと質量マトリクスともに変化しない。しかし、非線形モデルでは系の状態によって剛性が変化するので、変換行列 T や剛性マトリクス K 、質量マトリクス M も各ステップごとに計算し直している。また、数値積分法はルンゲクッタ法を用いた。

ここで、各特性パラメータは $m=1, m_f=1 \times 10^{-3}, k=1, k_f$ (引張時)= $1, k_f$ (圧縮時)= 1×10^{-5} と仮定した。

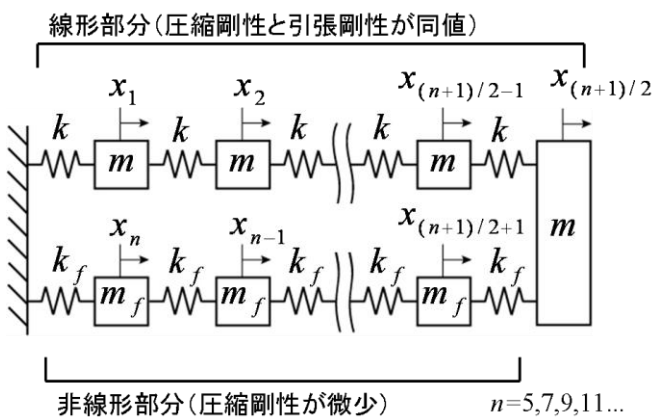


図 3.1.1 解析モデル

3.2. 5 自由度系での検証

まず、最も簡易な 5 自由度系での数値計算を行い、拘束モードモデルの妥当性を検証する。薄膜やケーブルなどで構成

されるゴッサマー構造物は部材が圧縮されたときに簡単に座屈を起こしてしまい圧縮剛性がほとんど無いので、数値計算上は圧縮応力がかかったときには剛性を微少として計算している。そこで、剛性が微少な場合でも拘束モードモデルが適用できるかの確認を線形モデルにおいて行った。試したのは次の二つのパターンでの計算である。

- ① 全系の剛性が非常に小さい構造物 ($m=m_f=1 \times 10^{-3}, k=k_f=1 \times 10^{-5}$)
- ② 各分系の剛性の差が大きな構造物 ($m=1, m_f=1 \times 10^{-3}, k=1, k_f=1 \times 10^{-5}$)

それぞれの状態で $t=0$ [sec] でインパルス入力を加えた場合の数値計算の結果を図 3.2.1～図 3.2.3 に示す。

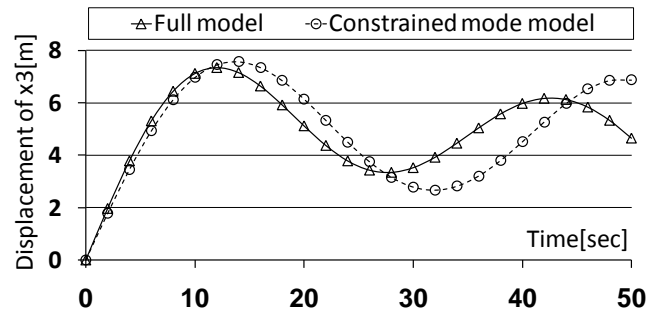


図 3.2.1 結合点 x_3 の変位量(パターン①)

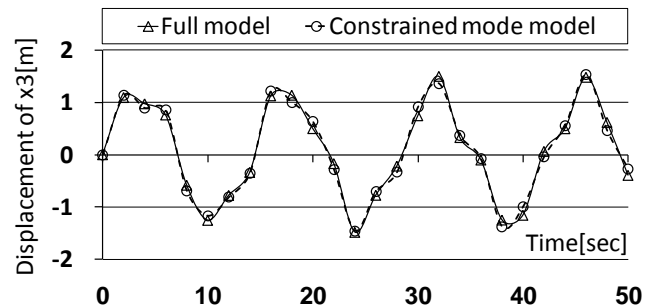


図 3.2.2 結合点 x_3 の変位量(パターン②)

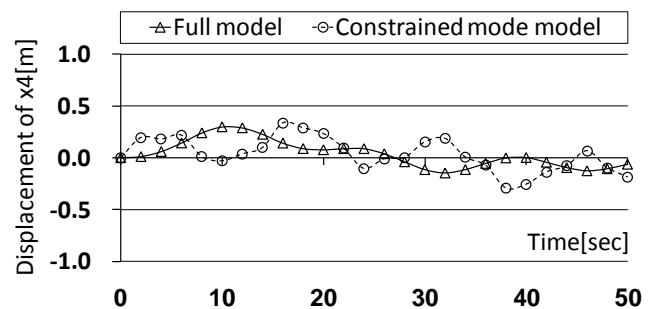


図 3.2.3 剛性の微少な部分 x_4 の変位量(パターン②)

以上の計算結果を見てみると、パターン①、②ともに結合点 x_3 での挙動は良く一致している。パターン②が①よりも良く一致しているのは各分系の剛性に大きな差のある構造物では剛性の微少な部分のモードの影響が小さくなっており、低次元化の際に切り捨てたモードの影響を小さくしているからであると思われる。その証拠に剛性の微少な部分構造であ

る x_4 はほとんど運動していない。これらの結果から構造物の剛性が微小な場合でも拘束モードモデルは妥当な結果を示すことが確認できた。

次に、圧縮時の剛性が引張時のそれより微小となる非線形モデルに拘束モードモデルを適用させる。線形モデルで計算を行ったときと同様に $t=0[\text{sec}]$ でインパルス入力を加えた場合の計算結果を図 3.2.4 と図 3.2.5 に示す。図 3.2.4 から分かりますとおり、非線形モデルにおいても結合点 x_3 の運動は非常に一致している。また、図 3.2.5 を見てみると非線形部分 x_4 に関して非常に良く一致した結果を得ることができた。

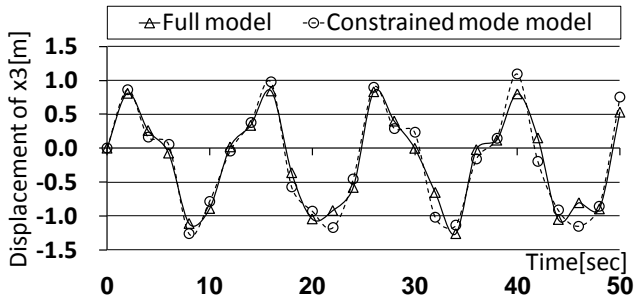


図 3.2.4 非線形モデルでの結合点 x_3 の変位量

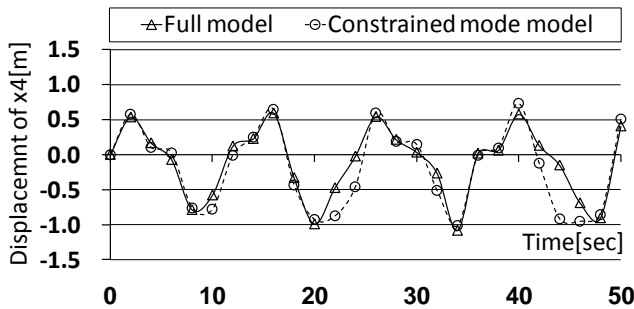


図 3.2.5 非線形モデルでの非線形部分 x_4 の変位量

3.3. 様々な自由度，次元での検証

最も簡単な 5 自由度での妥当性が確認できたので、より多くの自由度系を用いて様々な次元へと低次元化させた拘束モードモデルの計算を行った。その結果を表 3.3.1 に示す。

表 3.3.1 を見てみるとどの組み合わせの低次元化でも誤差平均、最大誤差ともに同程度の値を示している。線形部分、非線形部分ともに誤差に大きなズレはなく変位量をよく再現できている。また、当然拘束モードモデルに変換した際の自由度が大きいほど誤差は少なくなる。

次に計算時間を見てみると、自由度が小さいうちはフルモデルのほうが早く計算が終わり、自由度を大きくするほど計算速度が早くなるということが分かる。非線形モデルでは各ステップごとに特異値解析を行って変換行列 T 、剛性マトリクス K 、質量マトリクス M を計算し直しているため自由度が小さいうちは低次元化による短縮効果よりも特異値解析の負担が大きいためであると考えられる。表 3.3.1 の No.14 以降に見られるように自由度を大きくしていくと拘束モードモデルの計算時間の短縮効率が向上していく。

表 3.3.1. 様々な自由度での低次元化の結果

No.	自由度 [-]		右端の結合点 $X_{(n+1)/2}$ [m]		右端から2番目の非線形部分 $X_{(n+1)/2+1}$ [m]		計算時間 [sec]		計算時間短縮効率
	フルモデル	拘束モードモデル	誤差平均	最大誤差	誤差平均	最大誤差	フルモデル	拘束モードモデル	
1	5	3	0.124	0.419	0.147	0.814	1.88	3.07	0.61
2	11	3	0.409	1.119	0.347	1.125	2.34	4.22	0.55
3		7	0.115	0.441	0.152	0.622		4.91	0.48
4	35	3	0.525	1.434	0.513	1.450	5.03	8.83	0.57
5		7	0.297	1.060	0.291	1.080		9.64	0.52
6		11	0.211	0.845	0.206	0.900		10.4	0.48
7		23	0.072	0.383	0.094	0.766		11.8	0.43
8	59	3	0.459	0.912	0.445	0.936	8.59	14.5	0.59
9		7	0.298	0.930	0.290	0.983		14.9	0.58
10		11	0.183	0.703	0.176	0.690		15.6	0.55
11		19	0.104	0.490	0.101	0.484		17.1	0.50
12		23	0.081	0.337	0.079	0.385		18.2	0.47
13		39	0.032	0.080	0.033	0.118		20.7	0.41
14	209	27	0.149	0.451	0.145	0.452	66	59	1.13
15	419	39	0.170	0.569	0.165	0.569	290	158	1.84
16	929	59	0.030	0.080	0.030	0.088	1990	7900	2.54
17	1639	79	0.272	0.763	0.268	0.764	8210	2100	3.91

拘束モードモデルが圧縮時の剛性が微小な非線形モデルに適用できることが分かったので、梁モデルなど実際のゴッサマー構造物に対応したモデルでの計算を行い、その妥当性を確認することが今後の課題となる。

4. 結言

本研究の成果を次に挙げる。

- 拘束モードモデルを用いたゴッサマー構造の低次元化手法を提案した。
- 簡単なゴッサマー構造モデルにおいて拘束モードモデルによる低次元化手法が妥当であることが確認できた。
- 自由度が大きいほど計算効率が向上していくことが確認できた。

今後の課題はゴッサマー構造の実モデルにおいて拘束モードモデルの妥当性を確認することである。また、超小型人工衛星 SPROUT では拘束モードモデルが有益であることを示すために、その利点である振動実験データの取り入れ方法や軌道上同定手法の検討を行うことを計画している。

参考文献

- [1] 安田仁彦, モード設計と動的設計, コロナ社(1993)
- [2] 山崎政彦, ゴッサマー宇宙構造物の経験的モデル低次元化手法, 日本大学修士論文(2008)
- [3] 葛西時雄, 大型柔軟衛星の軌道上柔構造特性同定に関する研究, 早稲田大学博士論文(2006)