

曲率を有する薄膜太陽電池を添付した膜面の運動解析法

Numerical Method of Dynamics of Membrane with Curved Solar Cell

指導教授 宮崎康行

M5021 山田将太

Shota Yamada

Recently the gossamer structure receives a fair amount of attention. Because, it is light and high storability. Solar sail is one of the most typical structure. In 2010, JAXA launched solar sail “IKAROS” and it succeeded acceleration by solar radiation pressure. “IKAROS” and next solar sail “IKAROS-II” has many solar cell on their membrane. Solar cell has curvature because of coefficient of thermal expansion. In this paper, I calculate membrane with curved solar cell, and compare with flat membrane elements by using ANCF. And I found that the former displaces is larger than the latter. And membrane with solar cell’s frequency is also increase.

1. 序論

1.1 背景

近年、ソーラーセイルや大型太陽光発電パドル・大型通信アンテナ等の大型展開宇宙構造物に関する研究が盛んに行われている。これらは、宇宙への輸送時の観点から高収納かつ軽量であることが望ましく、膜面やインフレータブル構造といった、極めて柔軟な構造物の利用が注目されている。2010年には、宇宙航空研究開発機構（JAXA）により小型ソーラー電力セイル実証機 IKAROS (Fig.1) が打ち上げられ、宇宙空間で 14m 四方の膜面の遠心力展開・展張、太陽光子による加速を世界で初めて実証した^[1]。IKAROS の成功により、ソーラーセイルによる宇宙推進方法が実証され、現在、JAXA ではソーラーセイルを用いた木星トロヤ群小惑星探査（以下、IKAROS-II）が計画されている^[2]。

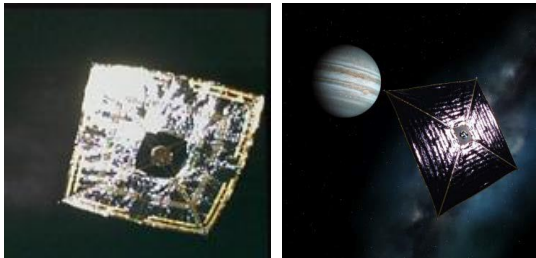


Fig.1 Left: IKAROS^[1] Right: Exploration plan for outer planet area by solar power sail^[2]

IKAROS のみならず、IKAROS-II には軌道上で発電を行うために薄膜太陽電池が貼付されており、その部分では膜面の厚さに変化が生じる。更に、薄膜太陽電池にはセルを構成する物質の熱膨張率の違いから反りが生じている^[1]。ソーラーセイルは太陽輻射圧を用いた推進を行っているという性質上、推進力は膜面の形状に依存する。そのため、軌道上での膜面形状の予測は軌道計画の上で重要であり、軌道上での膜面形状を推定する研究が多々行われている。しかし、膜面上に薄膜太陽電池等のデバイスを配置した上で膜面の外力に対する挙動の解析については例が少ない。そのため、膜面上にデバイスを添付した場合の外力に対する挙動を解析することが必要となる。

1.2 目的

前節の内容をふまえ、本研究の目的は、膜面上に曲率を有するデバイスを添付し、外力に対する挙動を調べ、デバイスを添付していない場合と比較することで、デバイスが膜面の運動に与える影響を調べることである。

そこで2節にて数値計算手法について述べる。第3節では数値解析の対象となる要素について述べ、その結果も示す。第4節では結果を踏まえた考察を述べ、第5節にて結論を述べる。

2. 数値計算手法

2.1 ANCF シェル要素^{[3][4]}

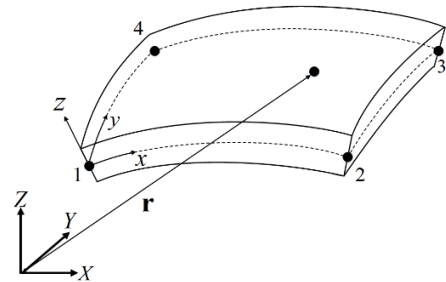


Fig.2 Absolute Nodal Coordinate Formulation

今回の解析には ANCF 法を用いた。この ANCF 法は各節点座標が 12 個で構成されており、4 節点であれば自由度が 1 要素で 48 自由度となる。Fig.2 に示すような 4 節点四角形要素であれば、各節点の位置ベクトルは

$$\mathbf{e} = [\mathbf{e}_{11}^T \ \mathbf{e}_{12}^T \ \mathbf{e}_{13}^T \ \mathbf{e}_{14}^T \ \cdots \ \mathbf{e}_{41}^T \ \mathbf{e}_{42}^T \ \mathbf{e}_{43}^T \ \mathbf{e}_{44}^T]^T \quad (1)$$

と表され、このとき各位置ベクトルは

$$\mathbf{e}_{a1} = \mathbf{e}_a, \mathbf{e}_{a2} = \frac{\partial \mathbf{e}_a}{\partial x}, \mathbf{e}_{a3} = \frac{\partial \mathbf{e}_a}{\partial y}, \mathbf{e}_{a4} = \frac{\partial \mathbf{e}_a}{\partial x \partial y} \quad (2)$$

で構成され、 \mathbf{e}_a は各節点の位置ベクトルを表す。そして形状関数を

$$\mathbf{S} = [S_{11} \ S_{12} \ S_{13} \ S_{14} \ \cdots \ S_{41} \ S_{42} \ S_{43} \ S_{44}] \otimes \mathbf{I}_{3 \times 3} \quad (3)$$

と表す。このとき、要素内の任意点の位置ベクトル \mathbf{r} は式(1)～(3)を用いて、

$$\mathbf{r} = \mathbf{S} \mathbf{e} \quad (4)$$

で表すことが出来る。なお、形状関数 \mathbf{S} は 3×48 、位置ベクトル \mathbf{e} は 48×1 の行列である。

ANCF 法は、各位置ベクトルの x 、 y 、そして両者による偏微分の項を含んでいることにより、要素内の任意点の位置補間精度が高い。

さて、質量マトリクスは密度 ρ と板厚 h を用いて、

$$\mathbf{M} = \rho h \int_0^L \int_0^W \mathbf{S}^T \mathbf{S} \, dy \, dx \quad (5)$$

で求められる。また、一般化外力 \mathbf{Q}^f は分布力 \mathbf{F} が作用している場合、次のように表される。

$$\mathbf{Q}^f = h \int_0^L \int_0^W \mathbf{S}^T \mathbf{F} dy dx \quad (6)$$

要素内の Green-Lagrange 歪は以下の式で求めることが出来る

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\mathbf{e}_{mn} S_{mnpq}^{i \otimes j} \mathbf{e}_{pq} - \delta_{ij} \right) \quad (7)$$

要素内の面内変形によるエネルギー U^ε は、

$$U^\varepsilon = \frac{6}{h^2} \int_x \int_y \left(\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 D_{ij} \varepsilon_{ij}^2 + 2D_{22}^{11} \varepsilon_{11} \varepsilon_{22} \right) dy dx \quad (8)$$

となる。エネルギーである式(8)を位置ベクトル \mathbf{e} で微分すれば面内弾性力 \mathbf{Q}^ε が求まるので、

$$\mathbf{Q}_{kl}^\varepsilon = \frac{\partial U^\varepsilon}{\partial \mathbf{e}_{kl}} = \frac{12}{h^2} \iint_P \left(D_{ij} \varepsilon_{ij} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial \mathbf{e}_{kl}} + D_{22}^{11} \left\langle \frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial \mathbf{e}_{kl}} \varepsilon_{22} + \varepsilon_{11} \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial \mathbf{e}_{kl}} \right\rangle \right) dP \quad (9)$$

である。このとき式(8), (9)中の D_{ij} は $i = j$ であれば曲げ剛性, $i \neq j$ であればねじり剛性, D_{22}^{11} は付加剛性であり、以下の式で求めることが出来る

$$\begin{cases} D_{ij} = \frac{E_{ij} h^3}{12(1-\nu_{12}\nu_{21})} \quad (i = j), \frac{E_{ij} h^3}{6} \quad (i \neq j) \\ D_{22}^{11} = 0.5(D_{11}\nu_{21} + D_{22}\nu_{12}) \end{cases} \quad (10)$$

また、初期変形がある場合、要素内の歪は以下の式で計算することが出来る。

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\mathbf{e}_{mn} S_{mnpq}^{i \otimes j} \mathbf{e}_{pq} - \left(\mathbf{e}_{mn} S_{mnpq}^{i \otimes j} \mathbf{e}_{pq} \right)_{initial} \right) \quad (11)$$

次に、面外変形の曲率 κ_{ij} は式(12)で表すことが出来る。

$$\kappa_{ij} = \frac{\mathbf{r}_{ij}^T \mathbf{n}}{f} \quad (12)$$

但し f, \mathbf{n} は以下の式(13)で求めることが出来る。

$$\begin{cases} f = \|\mathbf{n}\| = \sqrt{\mathbf{n}^T \mathbf{n}} \\ \mathbf{n} = \mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2 \end{cases} \quad (13)$$

また、 \mathbf{r}_{ij} は以下の式(14)で計算される。

$$\mathbf{r}_{ij} = \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial p_i \partial p_j} = \frac{\partial^2 S_{mn}}{\partial p_i \partial p_j} \mathbf{e}_{mn} \quad (14)$$

p_1, p_2 は其々、局所座標系内の x, y 方向を表す。初期変形がある場合、式(11)と同様に、

$$\kappa_{ij} = \frac{\mathbf{r}_{ij}^T \mathbf{n}}{f} - \left(\frac{\mathbf{r}_{ij}^T \mathbf{n}}{f} \right)_{initial} \quad (15)$$

で求めることが出来る。面外変形によるエネルギー U^κ は

$$U^\kappa = \frac{1}{2} \int_x \int_y \left(\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 D_{ij} \kappa_{ij}^2 + 2D_{22}^{11} \kappa_{11} \kappa_{22} \right) dy dx \quad (16)$$

より、面外弾性力 \mathbf{Q}^κ は

$$\mathbf{Q}_k = \frac{\partial U^\kappa}{\partial \mathbf{e}_{kl}} = \int_x \int_y \left(D_{ij} \kappa_{ij} \frac{\partial \kappa_{ij}}{\partial \mathbf{e}_{kl}} + D_{22}^{11} \left\langle \kappa_{11} \frac{\partial \kappa_{22}}{\partial \mathbf{e}_{kl}} + \frac{\partial \kappa_{11}}{\partial \mathbf{e}_{kl}} \kappa_{22} \right\rangle \right) dy dx \quad (17)$$

となる。

以上を用いて、ANCF シェル要素の運動方程式は、

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{Q}^\varepsilon + \mathbf{Q}^\kappa = \mathbf{Q}^f \quad (18)$$

となる。

3. 数値解析

3.1 解析条件

本研究では Fig.3 に示すような帯状の膜面について計算を行った。要素 2 には曲率を有する薄膜太陽電池が添付されている。なお、各要素の 1 辺の長さは 1[m] とし、この膜面の左端は完全固定されている。そして節点番号 4 と 8 に荷重を x 方向から引張りと圧縮の荷重を、それぞれ 1[N] をかけ、平らな膜面のみとの状態 (以下、平板要素) との比較を行った。

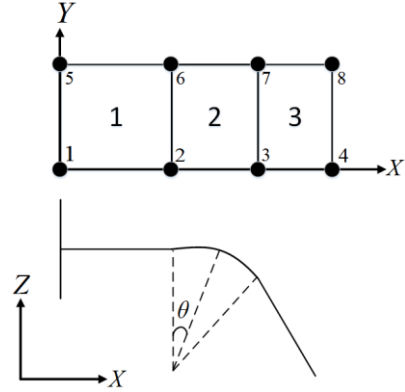


Fig.3 Analysis object

以下に解析条件を示す。

Table 3.1 Analysis conditions

Table 3.1 Analysis conditions	
X length of one element [m]	1
Y length of one element [m]	1
Thickness of membrane ^[5] [μm]	7.5
Thickness of solar cell ^[1] [μm]	192.5
Young's modulus ^[5] [GPa]	3.2
Poisson's ratio ^[5] [-]	0.3
Mass density ^[5] [kg/m^3]	1420
Delta t [sec]	5.0×10^{-6}
Number of Step	5000

今回の解析においては、Fig.3 に示すような曲率を有する要素の Fig.3 の θ [deg] が $\theta = 5, 20, 35$ の場合で計算を行った。

3.2 解析結果

まず、 X 軸方向に 1[N] の圧縮の荷重をかけた際の、平板要素での節点 8 の X 軸方向変位を Fig.4 に示す。

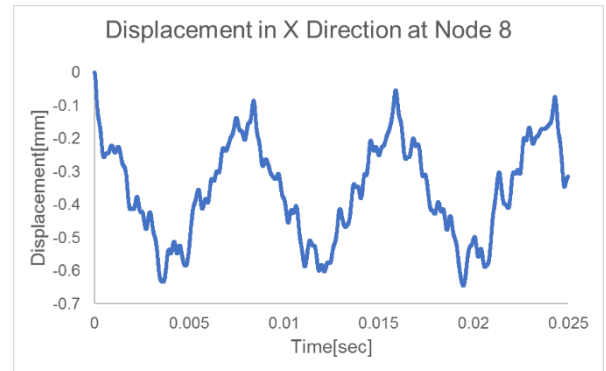


Fig.4 Displacement in X direction in compression at node 8 of flat membrane

次に、同条件下でデバイスを添付した場合での節点 8 の X 軸方向変位を Fig.5 に、Z 軸方向変位を Fig.6 に示す。

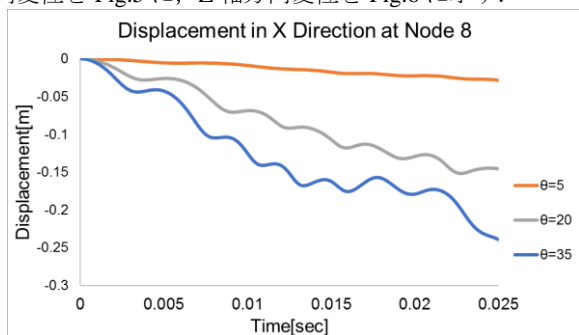


Fig.5 Displacement in X direction in compression at node 8 with curvature

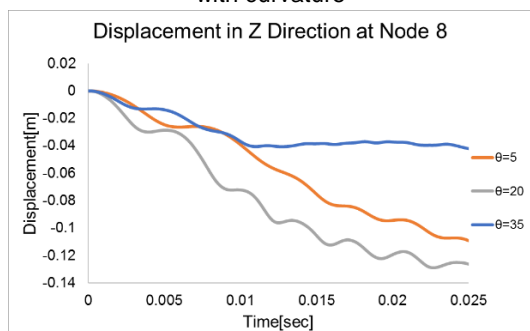


Fig.6 Displacement in Z direction in compression at node 8 with curvature

そしてデバイスを添付した場合での節点 8 における X 方向への面内弾性力の大きさを Fig.7 に、面外弾性力の大きさを Fig.8 に示す。

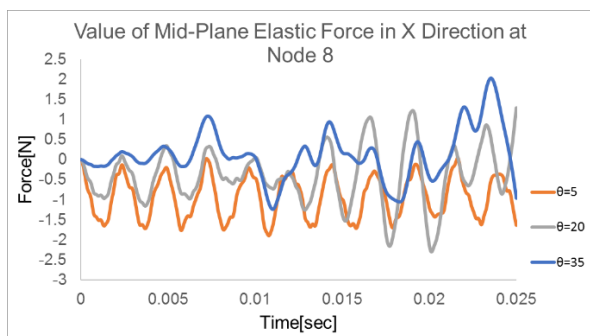


Fig.7 Value of mid-plane elastic force in compression in X direction at node 8 on each value of θ

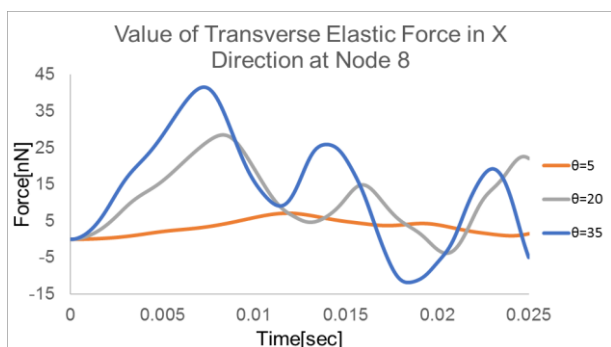


Fig.8 Value of transverse elastic force in compression in X direction at node 8 on each value of θ

Table3.2 にて、圧縮における平板要素、各 θ における振動の変位の周期と振動数、振幅を示す。なお、周期は各極小値間の時間から調べた。

Table 3.2 Frequency and amplitude in compression at node 8

	Period[ms]	Frequency[Hz]	Amplitude[mm]
Plate	8.41	119	0.317
$\theta = 5$ (X)	8.84	113	10.4
$\theta = 5$ (Z)	13.5	74.1	34.4
$\theta = 20$ (X)	5.15	200	14.1
$\theta = 20$ (Z)	5.06	198	21.8
$\theta = 35$ (X)	4.450	222	31.9
$\theta = 35$ (Z)	7.44	134	13.8

次に X 軸方向に 1[N]の引張の荷重をかけた際の、平板要素での節点 8 の X 軸方向変位を Fig.9 に示す。



Fig.9 Displacement in X direction in tension at node 8 of flat membrane

次に、同条件下でデバイスを添付した場合での節点 8 の X 軸方向変位を Fig.10 に、Z 軸方向変位を Fig.11 に示す。

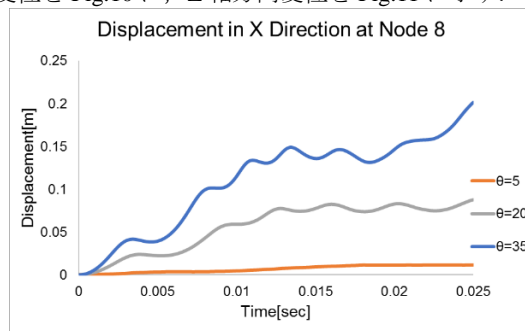


Fig.10 Displacement in X direction in tension at node 8 with curvature

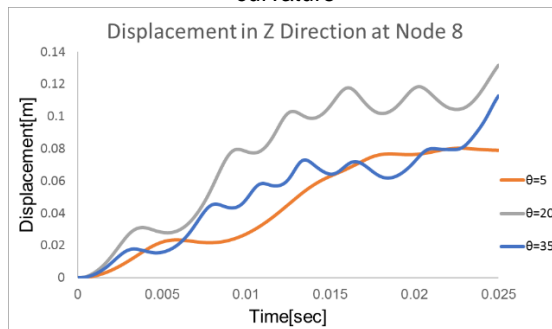


Fig.11 Displacement in Z direction in tension at node 8 with curvature

そして同条件でデバイスを添付した場合での節点 8 における X 方向への面内弾性力の大きさを Fig.12 に、面外弾性力の大きさを Fig.13 に示す。

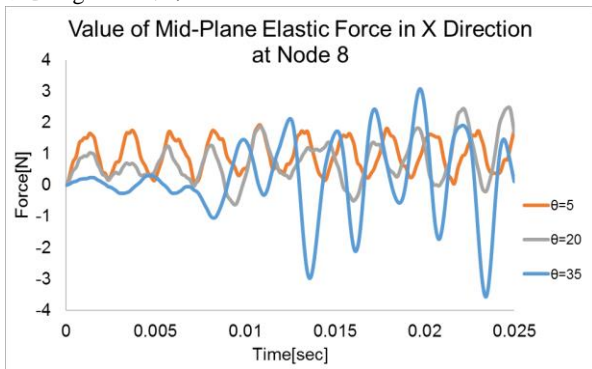


Fig.12 Value of mid-plane elastic force in tension in X direction at node 8 on each value of θ

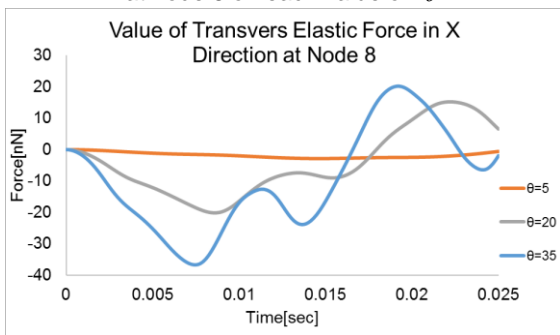


Fig.13 Value of transverse elastic force in compression in X direction at node 8 on each value of θ

Table3.3 にて、引張における平板要素、各 θ における一次振動の変位の周期と振動数、最大振幅を示す。なお、周期は各極小値間の時間から調べた。

Table 3.3 Frequency and amplitude in tension at node 8

	Period[msec]	Frequency[Hz]	Amplitude[mm]
Plate	8.40	119	0.316
$\theta = 5$ (X)	9.22	109	3.97
$\theta = 5$ (Z)	11.9	84.1	27.5
$\theta = 20$ (X)	5.20	192	18.4
$\theta = 20$ (Z)	5.34	187	25.9
$\theta = 35$ (X)	4.58	218	31.5
$\theta = 35$ (Z)	4.65	215	15.1

4. 考察

まず、圧縮・引張両方共、平板要素の場合と、デバイスを添付した場合を比較すると、平板要素のほうが節点 8 の変位は小さく、デバイスを添付した場合は θ が大きくなるほど節点 8 の変位は大きい。これは要素内に初期状態で曲率を有しているため、初期変形により X 軸方向へ掛かる力が曲げモーメントとして作用した結果、変形しやすくなったものと考えられる。Fig.8 及び Fig.13 を見ると、面外弾性力が生じている。デバイスを添付していない状態では面外弾性力は生じておらず、面内弾性力のみが生じていた。さらに、Fig.6 と Fig.11 にも示しているように、デバイスを添付した場合、Z 方向にも変位が生じている。これも先程述べたように全体座標系から

見て、X 軸方向に力をかけていても、要素から見ると自身が曲がる方向に力がかかることにより、面外弾性力が生じたと考えられる。

$\theta = 5$ では面外弾性力ベクトルが他の場合と比べると極端に小さい。節点 4 と 8 にて X 軸方向に力 F をかけた場合、板に対して鉛直下向きにかかる力は Fig.3 の場合、 $F \sin 2\theta$ の力がかかる。この場合、 θ が大きくなるにつれ、要素から見て下向きの力は大きくなっていく。従って θ が大きくなるにつれ、面外弾性力が強くなっていったものと考えられる。Table3.2 と 3.3 を比較すると、振動数にも差が出ている。特に θ の値が大きくなるにつれ、振動数は増える傾向が有ることが分かった。

5. 結論

本研究の結論を以下に纏める

- ANCF 法を用いて平板モデルと曲率を有するモデルで外力に対する挙動の比較を行った。
- 平板モデルと比較し、要素の一部に曲率を有する場合、曲げモーメントが作用することにより変位が大きくなることが分かった。
- 平板モデルと比較し、要素の一部に曲率を有する場合、曲げモーメントにより Z 成分にも変位が生じることが分かった。
- 曲率を有する要素の中心角を大きくすると、振動数が増加する傾向が有ることが分かった。

今後は引張・圧縮方向のみでなく、太陽輻射圧のような膜表面に働く力に対する膜面の運動解析も行っていく。またソーラーセイルは台形膜 4 枚から構成されているため、台形膜の解析も出来るよう、三角形要素の追加も行っていく。

参考文献

- [1] 宇宙航空研究開発機構 月・惑星探査プログラムグループ: 「小型ソーラー電力セイル実証機 IKAROS 飛翔実験報告書」. 2010年5月, p.1, p.81, p.87.
- [2] 森治, ソーラーセイルWG: 「ソーラー電力セイルによる木星トロヤ群小惑星探査とその先の小天体探査」. 第15回宇宙科学シンポジウム, S2-010, 2015年1月6日-7日, 宇宙科学研究所, 2015. p.7
- [3] O.N.Dmitrochenko, D.YU.Pogorelov, 'Generalization of Plate Finite Elements for Absolute Nodal Coordinate Formulation', Multibody System Dynamics 10, 2003, p17-p43.
- [4] Per Hydahl 'Large Displacement Analysis of Shell Structures using the Absolute Nodal Coordinate Formulation', Aarhus University technical report ME-TR-6, 2013, p5-p11
- [5] 株式会社カネカポリイミドフィルム「アピカル」代表特性, http://www.elecdiv.kaneka.co.jp/apical/poli_spec.html